

Zápočtový test
Matematika C1 (MS710P56)
1. termín 8. 1. 2024

1) Je dána matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Rozhodněte a zdůvodněte, zda je matice regulární či singulární.
- Vypočtěte její determinant.
- Určete její hodnost.
- Rozhodněte, zda existuje inverzní matice A^{-1} a pokud ano, určete ji.
- Lze poslední řádkový vektor $\vec{u}_4 = (1, 0, 0, 1)$ vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních řádkových vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$? Pokud ano, najděte ji.

(10 bodů)

2) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf. (5 bodů)

$$g(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 - 3x} \right) : \frac{x - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

3) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2}$$

Určete její definiční obor, limity v krajních bodech definičního oboru, průsečíky s osami, lokální a globální extrémy, intervaly monotonie, inflexní body, intervaly konvexity, její asymptoty (svislé, vodorovné, šikmé), obor hodnot a načrtněte její graf. (10 bodů)

4) Vypočtěte limity (10 bodů)

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 \log_3 \left(\frac{2^{3x+1} + 3^{2x-1}}{2^{3x-1} + 3^{2x+1}} \right) + 3 \cos \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right) \right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 7x^2 + 6x + \sin 2x}{x + xe^{-x} + 1 - e^{3x}}$$

5) Vypočtěte integrály (10 bodů)

$$a) \int_0^1 (5x + 3) (\sqrt{x} - 1)^2 dx$$

$$b) \int \operatorname{tg}(3x) dx$$

6) Vypočtěte plošný obsah rovinného obrazce omezeného parabolou $y = x^2$ a přímkou $y = x + 2$. Obrazec načrtněte. (5 bodů)