

Zápočtový test
Matematika C1 (MS710P56)
4. termín 14. 1. 2024

1) Napište definici inverzní matice. Dále určete inverzní matici A^{-1} k matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

a proveďte zkoušku. (5 bodů)

2) Rozhodněte o lineární závislosti vektorů:

$$\vec{u}_1 = (1; 4; 7), \quad \vec{u}_2 = (1; 1; 1), \quad \vec{u}_3 = (1; 2; 3)$$

Lze vektor \vec{u}_3 vyjádřit jako lineární kombinace vektorů \vec{u}_1 a \vec{u}_2 ? Pokud ano, najděte ji. (5 bodů)

3) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf. (5 bodů)

$$g(x) = \left(\frac{x-3}{x-2} - x + 3 \right) : \frac{x-3}{x^2-2x}$$

4) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$$

Určete její definiční obor, limity v krajních bodech definičního oboru, průsečíky s osami, lokální a globální extrémy, intervaly monotonie, inflexní body, intervaly konvexity, její asymptoty (svislé, vodorovné, šikmé), obor hodnot a načrtněte její graf. (10 bodů)

5) Vypočtěte limity (10 bodů)

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(8 \log_4 \left(\frac{2x^2 + 7x + 3}{8x^2 + 7x + 6} \right) + 2 \sqrt{\frac{12x + 1}{3x + 1}} \right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^4 + 3x^3 + x^2 + 4x + 1 - e^{2x}}{x + xe^{-2x} + 1 - \cos 3x}$$

6) Vypočtěte integrály (10 bodů)

$$a) \int_0^1 \sqrt{x^3 \sqrt{x^3 \sqrt{x^3}}} dx$$

$$b) \int \frac{6x}{\sqrt[3]{x^2 + 3}} dx$$

7) Vypočtěte plošný obsah rovinného obrazce omezeného parabolou $y = x^2$ a přímkou $y = 2 - x$. Obrazec načrtněte. (5 bodů)