

**Zápočtový test**  
Matematika C1 (MS710P56)  
5. termín 17. 1. 2024

1) Je dána matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 10 \end{pmatrix}$$

- Rozhodněte a zdůvodněte, zda je matice regulární či singulární.
- Vypočtěte její determinant.
- Určete její hodnotu.
- Rozhodněte, zda existuje inverzní matice  $A^{-1}$  a pokud ano, určete ji.
- Lze poslední řádkový vektor  $\vec{u}_3 = (2, 7, 10)$  vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních řádkových vektorů  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ ? Pokud ano, najděte ji.

(10 bodů)

2) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf. (5 bodů)

$$f(x) = \left( \frac{2}{2-x} + \frac{5}{1+x} \right) : \frac{3}{x^3 - x^2 - 2x}$$

4) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

Určete její definiční obor, limity v krajních bodech definičního oboru, průsečíky s osami, lokální a globální extrémy, intervaly monotonie, inflexní body, intervaly konvexity, její asymptoty (svislé, vodorovné, šikmé), obor hodnot a načrtněte její graf. (10 bodů)

5) Vypočtěte limity (10 bodů)

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{2x+1} + 2^{3x-1}}{3^{2x-1} + 2^{3x+1}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + 1 - e^{2x}}{x + xe^{-3x} + 1 - \cos 3x}$$

6) Vypočtěte integrály (10 bodů)

$$a) \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} dx$$

$$b) \int \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

7) Vypočtěte plošný obsah rovinného obrazce omezeného parabolou  $y = x^2$  a přímkou  $y = x + 2$ . Obrazec načrtněte. (5 bodů)