

## Inverzní funkce

1) Najděte předpis inverzní funkce k dané funkci a určete její definiční obor a obor hodnot

$$f(x) = \sqrt{3-x} + 2$$

$$g(x) = \log_2 \left( \frac{8x}{x-5} \right)$$

$$h(x) = e^{1-x}$$

$$u(x) = 3 \arccos \left( \frac{x}{2} \right)$$

$$v(x) = \arcsin(x+3) + \pi$$

2) Nakreslete graf daných funkcí a rozhodněte, zda je funkce prostá. Pokud ano, určete předpis inverzní funkce.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4 & x \in (-\infty, -1) \\ 3^{-x} & x \in [-1, +\infty) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & x \in [-3, 0] \\ 1 - \ln(x+1) & x \in (0, +\infty) \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} + 2 & x \in (-\infty, 1) \\ \ln x & x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

Výsledky:

1)

- $f^{-1}(x) = 3 - (x - 2)^2$ , def. obor  $D_{f^{-1}} = [2, \infty)$ , obor hodnot  $H_{f^{-1}} = (-\infty, 3]$ ;
- $g^{-1}(x) = \frac{2^x - 5}{2^x - 8}$ , def. obor  $D_{g^{-1}} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ; obor hodnot  $H_{g^{-1}} = (-\infty, 0) \cup (5, \infty)$ ,
- $h^{-1}(x) = 1 - \ln x$ , def. obor  $D_{h^{-1}} = (0, \infty)$ ; obor hodnot  $H_{h^{-1}} = \mathbb{R}$ ;
- $u^{-1}(x) = 2 \cos \frac{x}{3}$ , def. obor  $D_{u^{-1}} = [0, 3\pi]$ ; obor hodnot  $H_{u^{-1}} = [-2, 2]$ ;
- $v^{-1}(x) = \sin(x - \pi) - 3$ , def. obor  $D_{v^{-1}} = [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ ; obor hodnot  $H_{v^{-1}} = [-4, -2]$ ;

2)

- Funkce  $f$  je prostá a její inverze je

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} -\log_3 x & x \in (0, 3] \\ -\sqrt{x-3} - 1 & x \in (3, +\infty) \end{cases}$$

- Funkce  $g$  je prostá a její inverze je

$$g^{-1}(x) = \begin{cases} e^{1-x} - 1 & x \in (-\infty, 1] \\ 1 - x^2 & x \in [1, 2] \end{cases}$$

- Funkce  $h$  není prostá a tedy nemá inverzi.