1.

$$x = 5 + t + 5s$$
$$y = 2 - t + s$$
$$z = 1 - t - s \qquad t, s \in \mathbb{R}$$

---

$$x + y = 7 + 6s \quad | \cdot (-4)$$
$$x + z = 6 + 4s \quad | \cdot 6$$

---

$$-4x - 4y + 6x + 6z = -28 + 36$$
$$2x - 4y + 6z = 8 \quad | : 2$$
$$x - 2y + 3z = 4$$

$$\boxed{\rho : x - 2y + 3z - 4 = 0}$$

normálový vektor roviny $\rho$ : $\vec{n}_\rho = (1, -2, 3)$

přímka $p$ je kolmá k $\rho$, tedy $\vec{s}_p = \vec{n}_\rho$ a $[2; 4; -1] \in p$

$$p: \begin{array}{l} x = 2 + t \\ y = 4 + (-2)t \\ z = -1 + 3t \end{array} \qquad t \in \mathbb{R}$$

2.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 6 & 7 \\ 2 & k & 5 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & k-4 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

pro $k = 5$ : existuje nekonečně mnoho řešení

pro $k \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$ $\exists!$ řešení

$\underline{k = 5}$ : $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{array}\right)$ $\quad z = t$

$$y + 3t = 4 \implies y = 4 - 3t$$
$$x + 2(4 - 3t) + t = 1 \implies x = -7 + 5t$$

pro $k = 5$ je průsečnice rovin $\{[-7 + 5t; 4 - 3t; t], t \in \mathbb{R}\}$

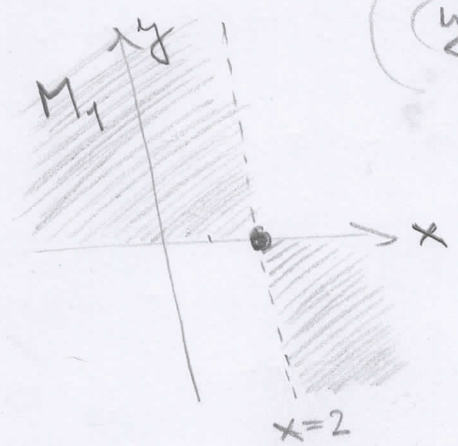
tedy přímka procházející bodem $[-7; 4; 0]$ se směrovým vektorem $\vec{s}_p = (5, -3, 1)$

③ $M = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2;\ xy-2y\le 0 \wedge 4x^2+9y^2<36\}$

$xy-2y\le 0$

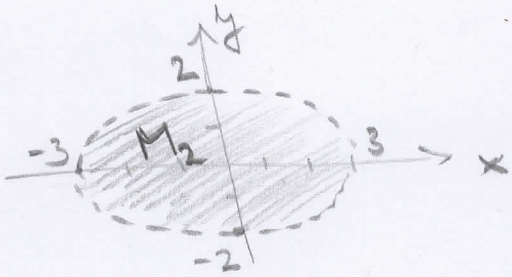
$y(x-2)\le 0 \iff \big((y\le 0)\wedge(x-2\ge 0)\big)\vee\big((y\ge 0)\wedge(x-2\le 0)\big)$

$\big((y\le 0)\wedge(x\ge 2)\big)\vee\big((y\ge 0)\wedge(x\le 2)\big)$

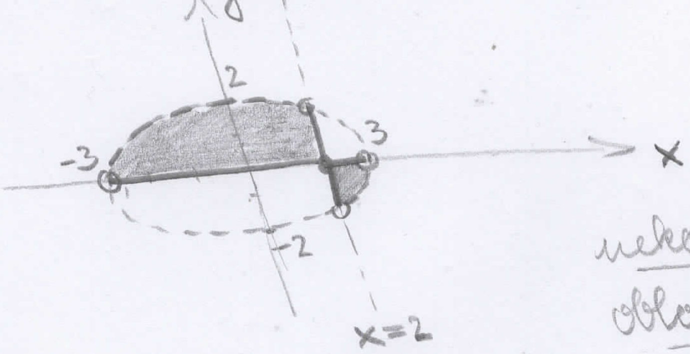



$4x^2+9y^2<36 \quad |:36$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}<1$ elipsa




$M = M_1\cap M_2$




nekonvexní

obloukově souvislá

M je omezená množina, neboť $\exists k>0\ \forall X\in M: \rho(X,O)\le k$

lze volit $k=3$

M není uzavřená, neboť $\exists X\in H(M)$ t.ž. $X\notin M$

např. $[0;2]\in H(M)$

$[0;2]\notin M$

M není otevřená, neboť $\exists X\in M$ t.ž. $X\notin M^\circ$

např. $[2;0]\in M$, ale $[2;0]\notin M^\circ$ není vnitřním bodem