



# DOPLŇOVÁNÍ NA ČTVEREC

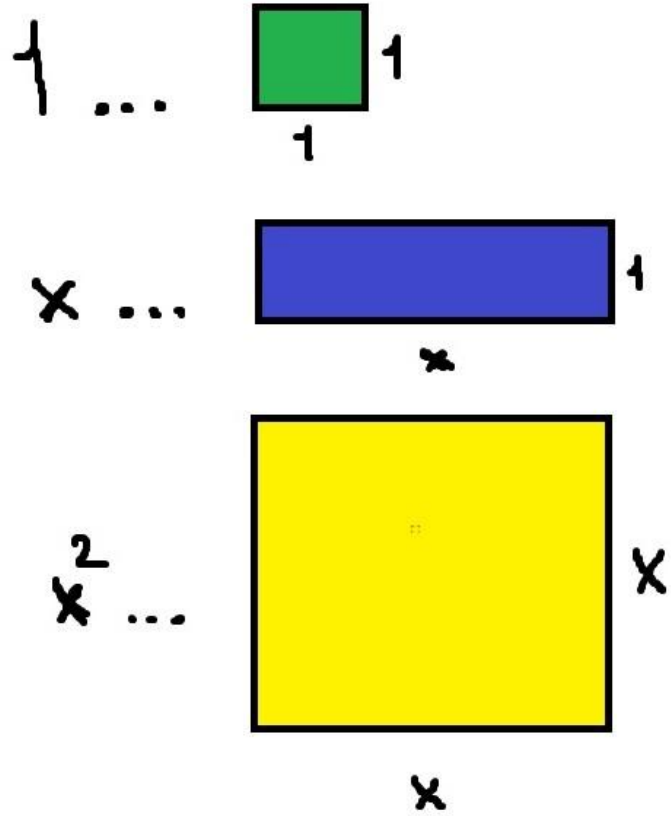
Filip Konopka

- ▶ Potřebujeme najít minimum / maximum kvadratického trojčlenu  $ax^2 + bx + c$ , kde  $a, b, c \in R$  (bez použití derivací).

TECHNIKA DOPLŇOVÁNÍ NA ČTVEREC

- ▶ Najít extrém kvadratické funkce
- ▶ Řešení kvadratické rovnice (odvození vzorce pro diskriminant)
- ▶ Kuželosečky – úprava rovnice kuželosečky na středový tvar
- ▶ Integrovaní – integrály tvaru  $\int \frac{1}{ax^2+bx+c} dx$ , kde  $ax^2 + bx + c$  je ireducibilní polynom v  $\mathbb{R}[x]$

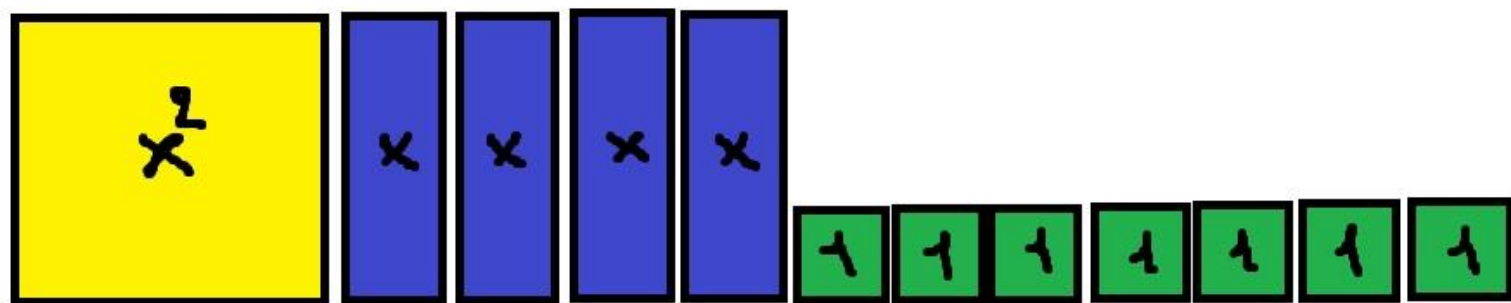
VYUŽITÍ TECHNIKY DOPLŇOVÁNÍ NA ČTVEREC



TECHNIKA DOPLŇOVÁNÍ NA ČTVEREC  
- METODA ALGEBRAICKÝCH DLAŽDIC

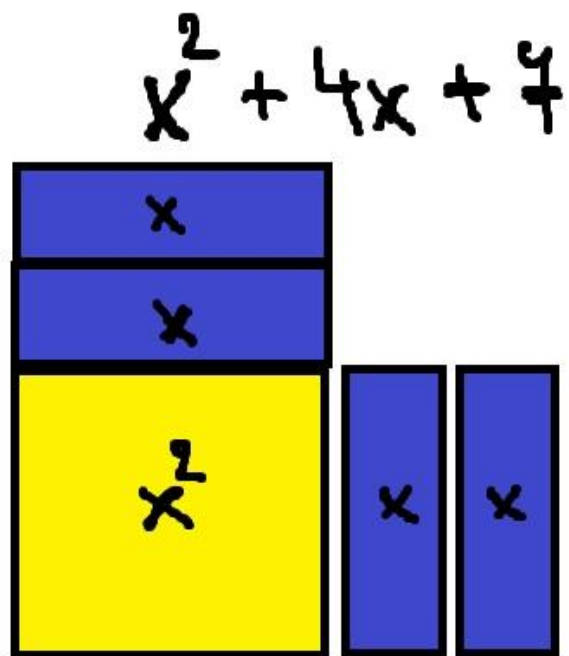
- Doplňte na čtverec:  $x^2 + 4x + 7$

$$x^2 + 4x + 7$$



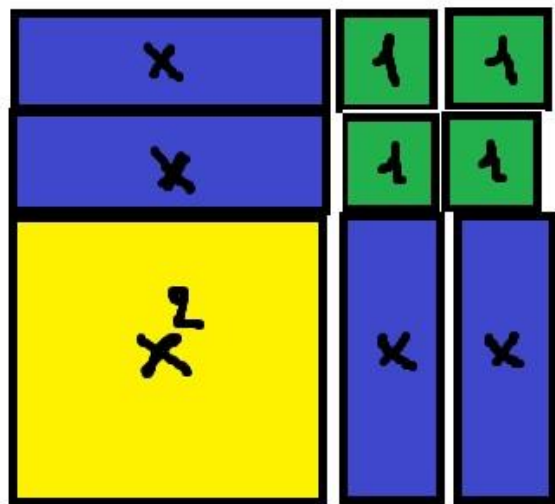
$$x^2 + 4x + 7$$

► Doplněte na čtverec:  $x^2 + 4x + 7$



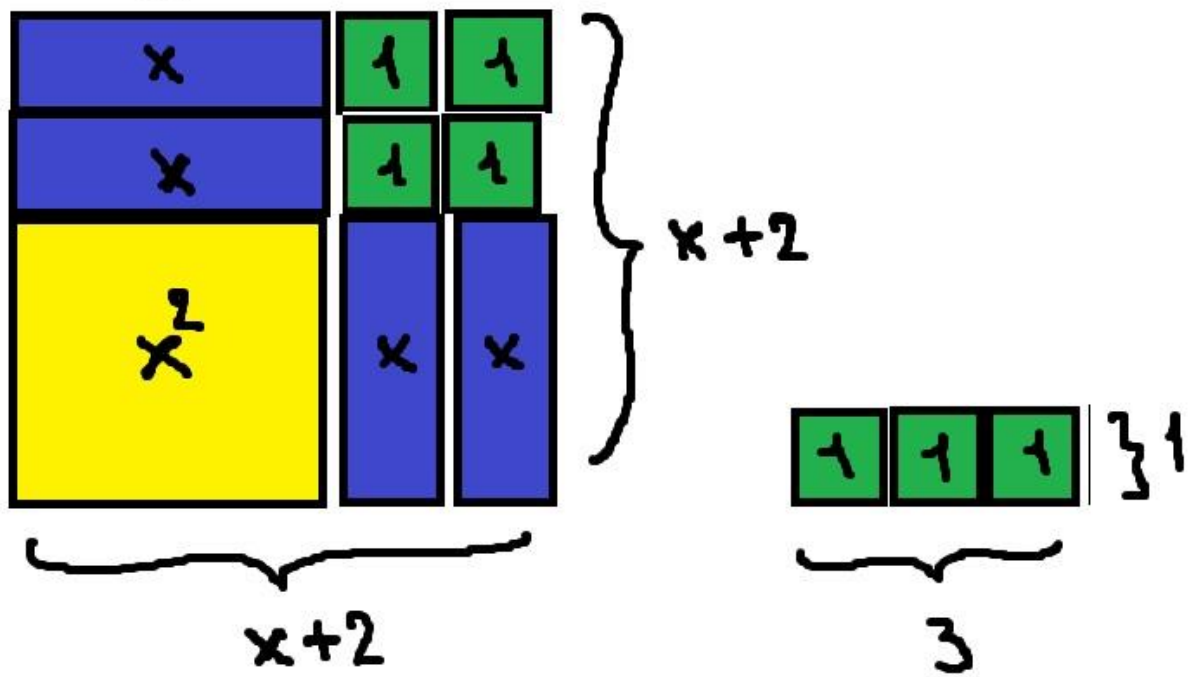
- Doplněte na čtverec:  $x^2 + 4x + 7$

$$x^2 + 4x + 7$$



- Doplňte na čtverec:  $x^2 + 4x + 7$

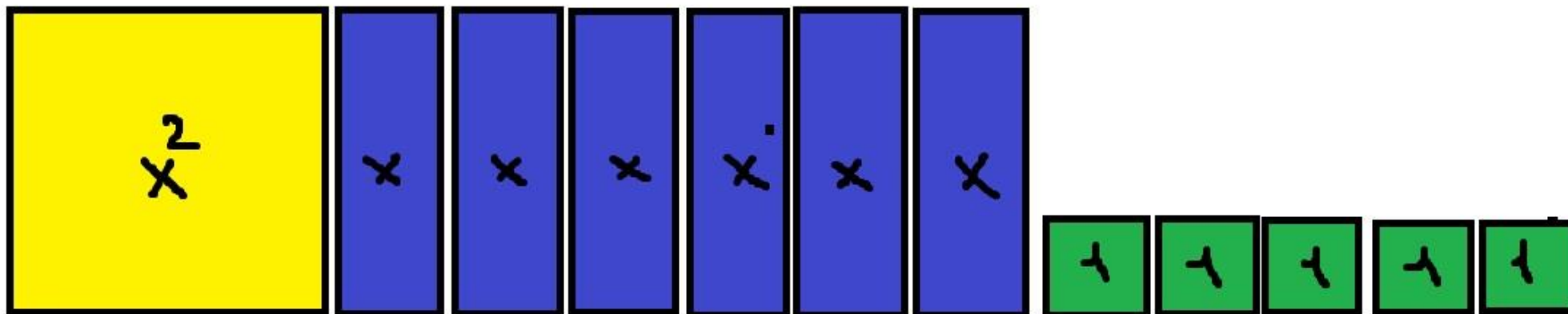
$$x^2 + 4x + 7 = (x+2)^2 + 3$$





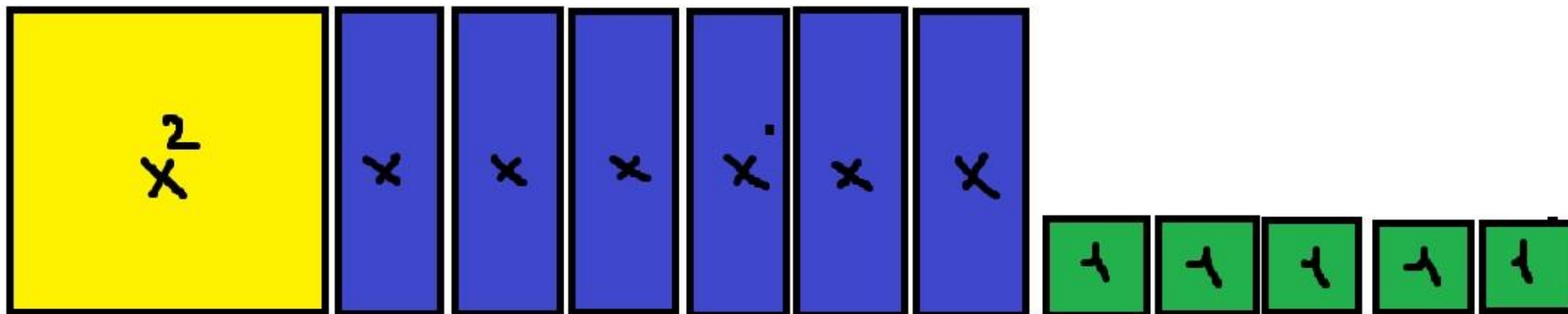
- Doplňte na čtverec:  $x^2 + 6x + 5$

$$x^2 + 6x + 5$$



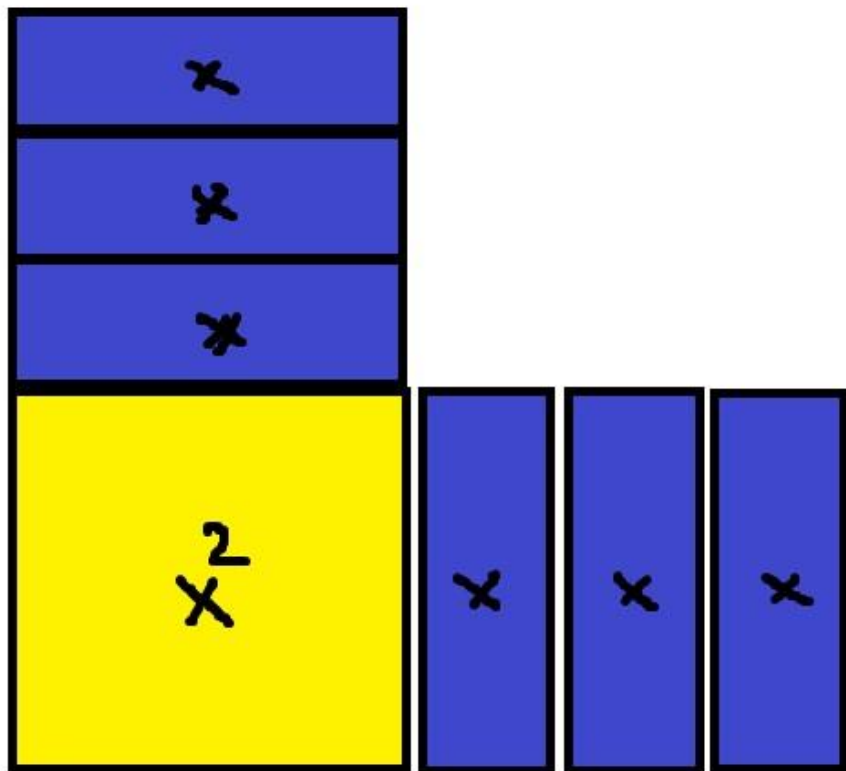
- Doplňte na čtverec:  $x^2 + 6x + 5$

$$x^2 + 6x + 5$$



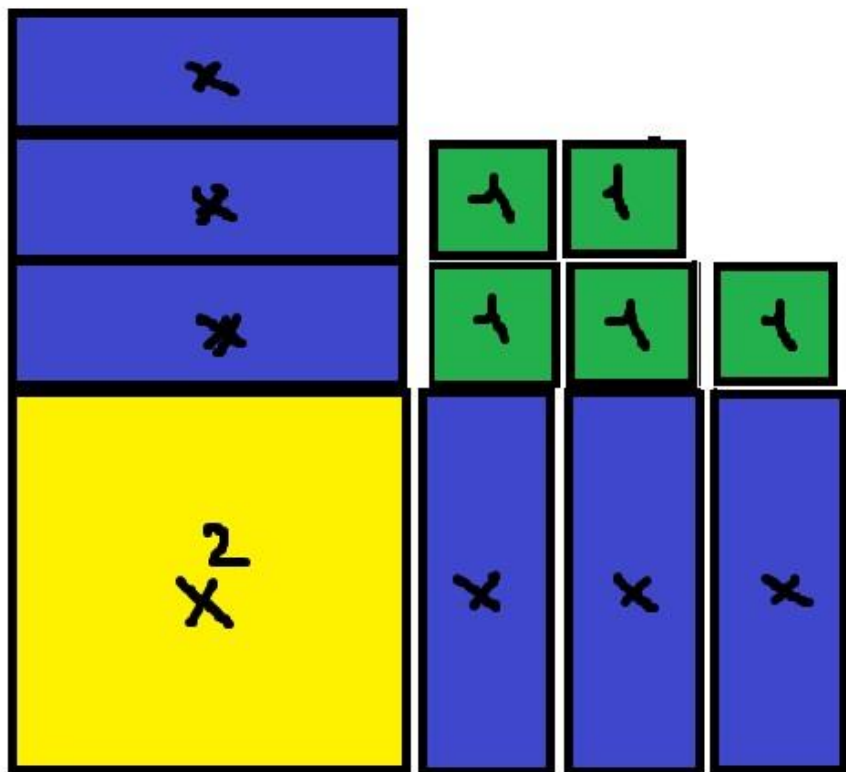
- Doplňte na čtverec:  $x^2 + 6x + 5$

$$x^2 + 6x + 5$$



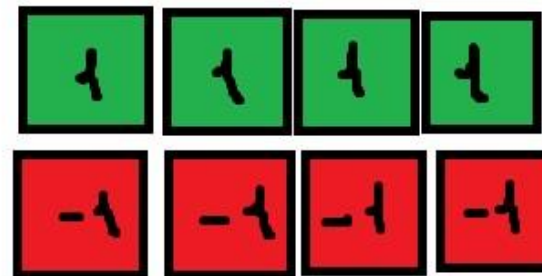
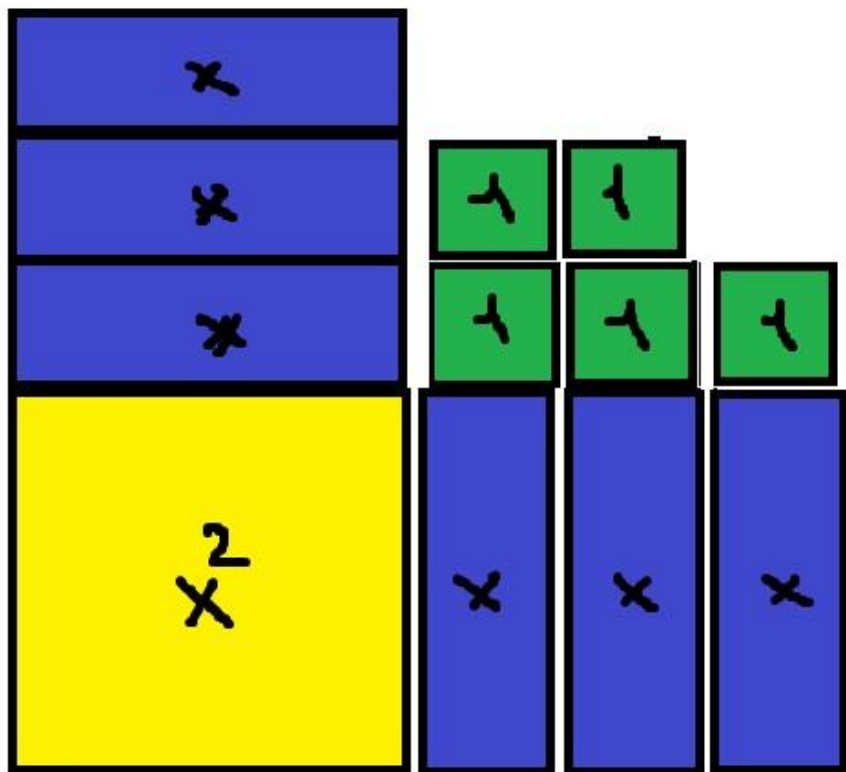
- Doplněte na čtverec:  $x^2 + 6x + 5$

$$x^2 + 6x + 5$$



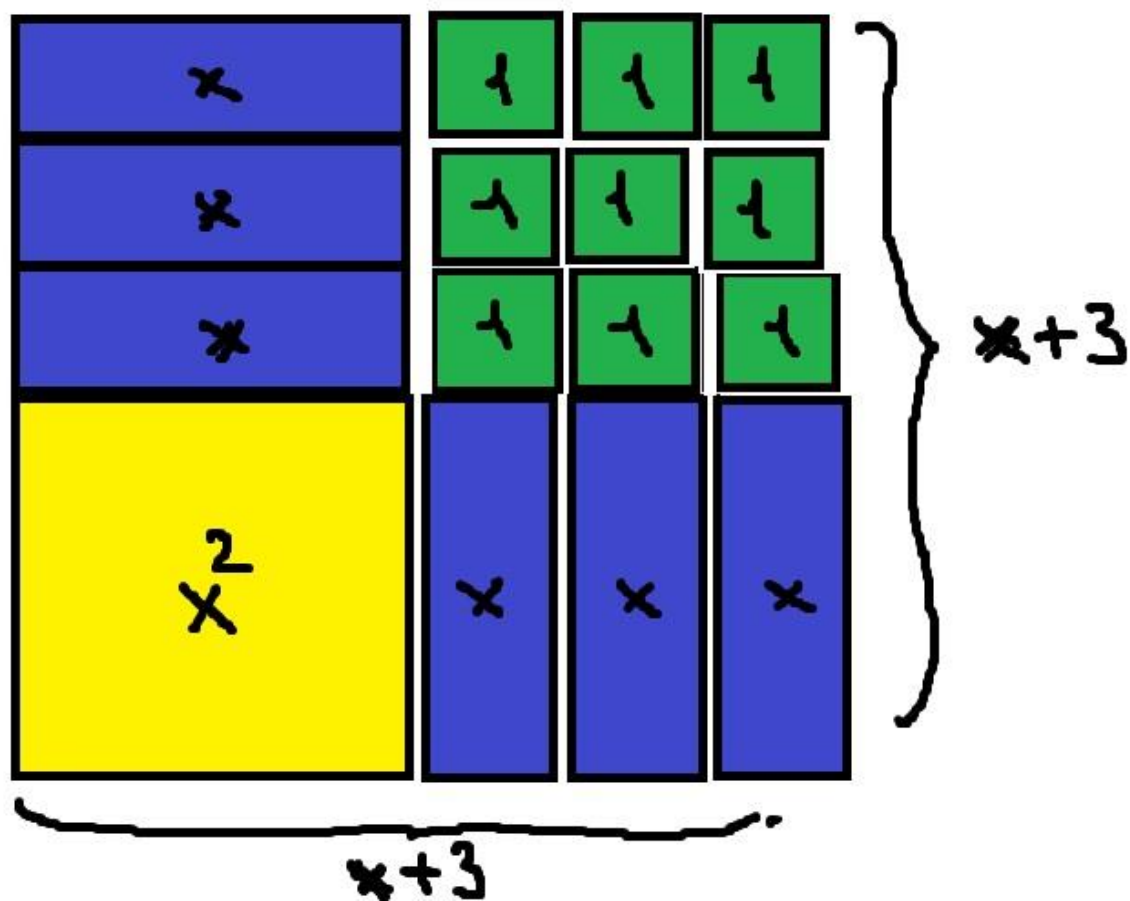
- Doplňte na čtverec:  $x^2 + 6x + 5$

$$x^2 + 6x + 5$$



- Doplněte na čtverec:  $x^2 + 6x + 5$

$$x^2 + 6x + 5 = (x+3)^2 - 4$$

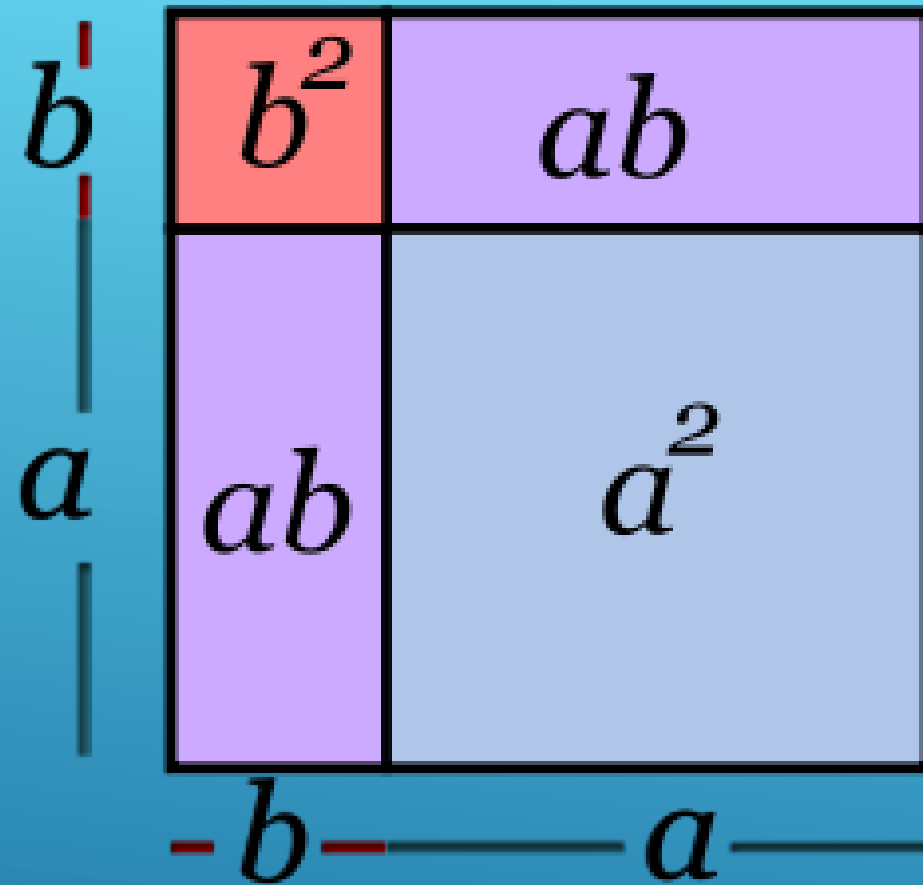


- ▶ Pomocí algebraických dlaždic se naučíme doplňovat na čtverec

$$x^2 + px + q = (x + a)^2 + b$$

pouze v případě, že  $p, q, a, b$  jsou celá čísla a  $p$  je dělitelné 2.

- ▶ Např. trojčlen  $x^2 + 5x + 4$  nedoplníme na čtverec pomocí algebraických dlaždic



$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + b^2 + ab + ab \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$



Doplňte na čtvrtce :

$$m^2 + 5m + 6$$

Doplňte na čtverec:

$$m^2 + 5m + 6 = m^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}m +$$

$a^2 + 2ba$

Doplňte na čtverec:

$$m^2 + 5m + 6 = m^2 + 2 \cdot \frac{5}{2} m + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 6$$

$a^2 + 2 \cdot b \cdot a + b^2$

$$= \left(m + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$(a + b)^2$

Doplňte na čtvereček:

$$2m^2 + 3m + 4$$

Doplňte na čtverec:

$$2m^2 + 3m + 4$$

$$A^2 + 2AB$$

$$A = \sqrt{2}m$$

$$2AB = 3m$$

Doplňte na čtverec:

$$2m^2 + 3m + 4$$

$$A^2 + 2AB$$

$$B = ?$$

$$A = \sqrt{2}m$$

$$2AB = 3m$$

$$\frac{2\sqrt{2}m B = 3m}{2\sqrt{2}m} \quad | : 2\sqrt{2}m$$

$$B = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

Doplňte na čtverec:

$$2m^2 + 3m + 4 = 2m^2 + 3m + \frac{9}{8} - \frac{9}{8} + 4$$
$$A^2 + 2AB \qquad A^2 + 2AB + B^2$$
$$= \left( \sqrt{2}m + \frac{3}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{23}{8}$$

$$A = \sqrt{2}m$$
$$2AB = 3m$$

$$\frac{2\sqrt{2}m B = 3m}{\quad} \quad | : 2\sqrt{2}m$$

$$B = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

Určete střed a poloměr kružnice:

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$



Určete střed a poloměr kružnice:

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 - 12 - 4 - 9 = 0$$

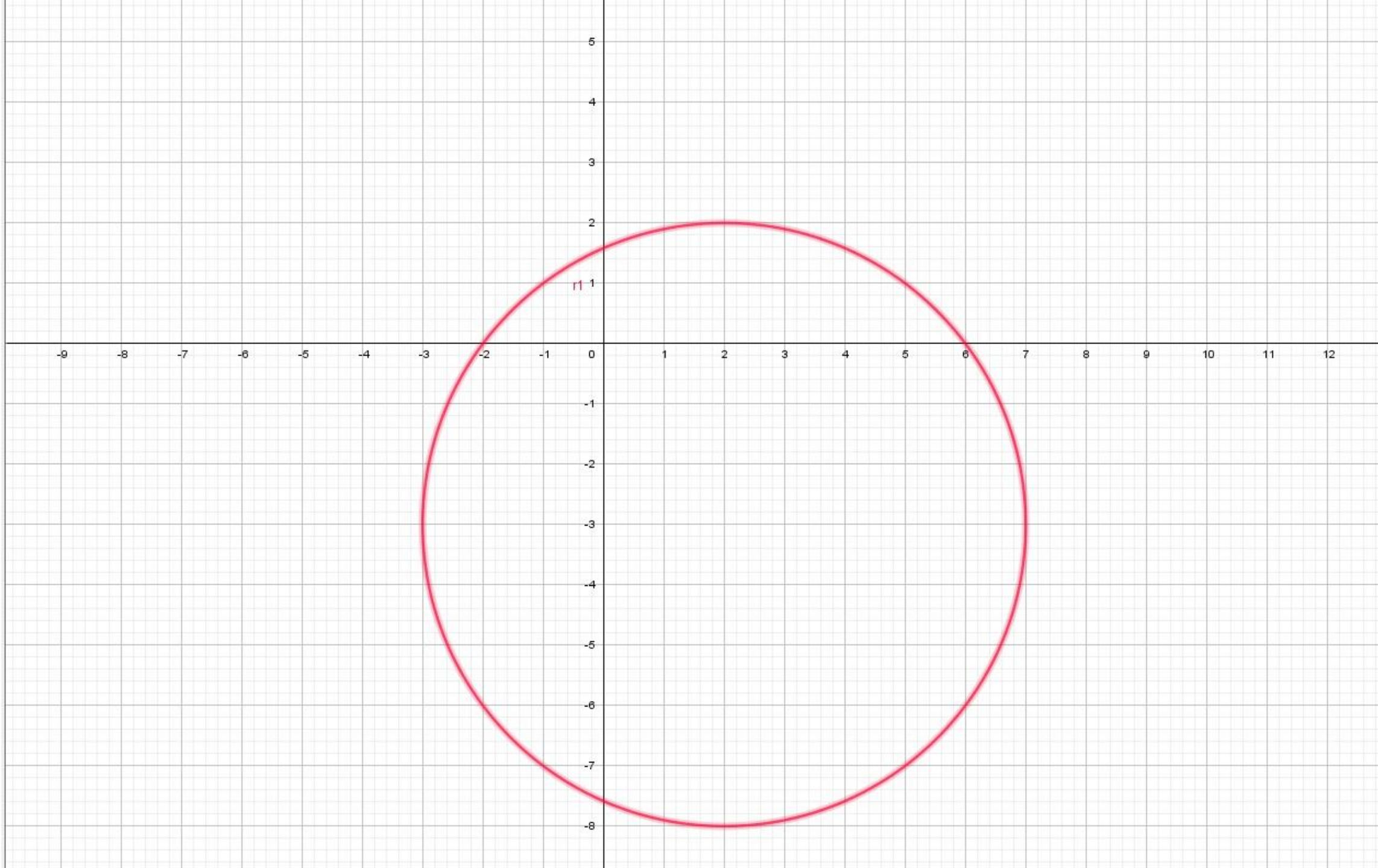
Určete střed a poloměr kružnice:

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 - 12 - 4 - 9 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$$

Střed:  $[2; -3]$ , poloměr:  $r=5$



$$\int \frac{1}{x^2 + 6x + 10} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2 + 6x + 10} dx$$

polynom  $x^2 + 6x + 10$  je ireducibilní v  $\mathbb{R}[x]$

neboť diskriminant je záporný

$$D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 < 0$$

$\Rightarrow$  doplníme na čtverec

$$\int \frac{1}{x^2 + 6x + 10} dx = \int \frac{1}{x^2 + 6x + 9 - 9 + 10} dx$$

polynom  $x^2 + 6x + 10$  je ireducibilní v  $\mathbb{R}[x]$

neboť diskriminant je záporný

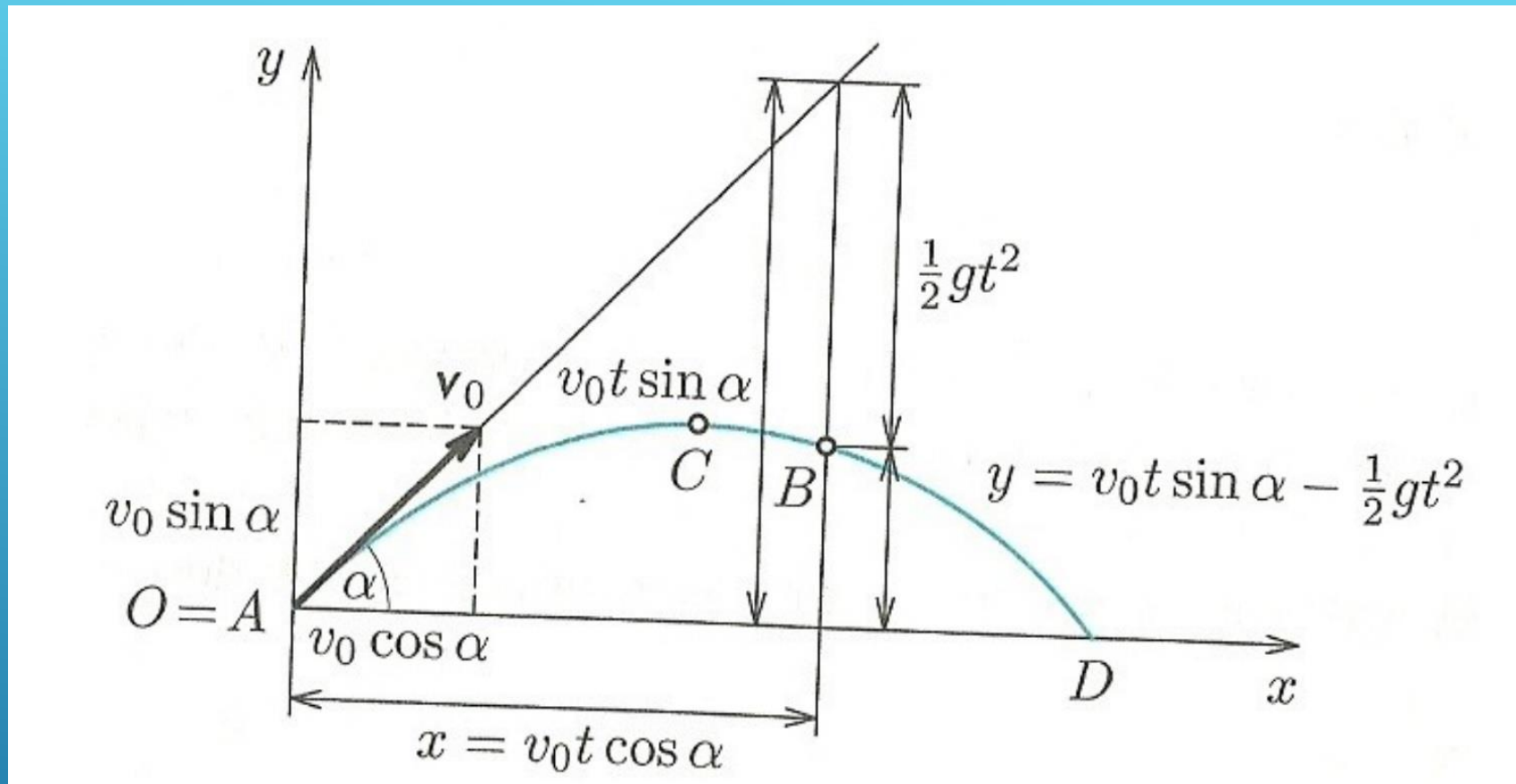
$$D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 < 0$$

$\Rightarrow$  doplníme na čtverec

$$\int \frac{1}{x^2 + 6x + 10} dx = \int \frac{1}{x^2 + 6x + 9 - 9 + 10} dx =$$

$$= \int \frac{1}{(x+3)^2 + 1} dx = \underline{\underline{\arctan(x+3) + C}}$$





FYZIKÁLNÍ PŘÍKLADY NA ÚROVNI SŠ – URČIT  
 MAXIMÁLNÍ VÝŠKU PŘI ŠIKMÉM VRHU





DĚKUJI ZA POZORNOST