Integrály a rozklad na parciální zlomky

1. Rozložte na parciální zlomky:

$a)\ \dfrac{2x-1}{x^2-3x+2}$

$b)\ \dfrac{x}{2x^2+3x+1}$

$c)\ \dfrac{x}{(x+1)(x+3)(x+5)}$

$d)\ \dfrac{x^3-8}{x^2-3x+2}$

2. Proveďte rozklad na parciální zlomky a následně zintegrujte:

$a)\ \displaystyle\int \frac{2x}{x^2-x-2}\, dx$

$b)\ \displaystyle\int \frac{x-15}{x^2-3x-18} dx$

$c)\ \displaystyle\int \frac{3x^3-14x-7}{x+2} dx$

$d)\ \displaystyle\int \frac{1}{4-9x^2} dx$

$e)\ \displaystyle\int \frac{3x-1}{x+2} dx$

$f)\ \displaystyle\int \frac{x^2}{1-x^4} dx$

3. Vypočtěte určité integrály:

$a)\ \displaystyle\int_2^4 x\, dx$

$b)\ \displaystyle\int_1^3 (x^2+2x)\, dx$

$c)\ \displaystyle\int_{-2}^3 \frac{x}{x^2+1} dx$

$d)\ \displaystyle\int_{-1}^1 e^x\, dx$

$e)\ \displaystyle\int_{-3}^3 \sqrt{2x+10}\, dx$

$f)\ \displaystyle\int_0^\pi cosx\, dx$

4. Určete hodnotu parametru $c \in R$ tak, aby pro funkci $g(x) = x^2 + c$ platilo: $\int_0^3 g(x)dx = 15.$

5. Vypočtěte určité integrály:

$a)\ \displaystyle\int_1^2 \frac{lnx}{x} dx$

$b)\ \displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{sinx}{cos^2x} dx$

$c)\ \displaystyle\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{x^2} sin\frac{1}{x} dx$

$d)\ \displaystyle\int_0^2 x.e^{1-x^2}\, dx$

$e)\ \displaystyle\int_0^\pi x\,.\,cos2x\, dx$

$f)\ \displaystyle\int_0^1 (x\,.\sqrt{x^3}-1)\, dx$

Výsledky:

konstanta $c \in R$

1. $a)\ \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1}$, $\quad b)\ \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x+1}$,

   $c)\ \frac{\frac{-1}{8}}{x+1} + \frac{\frac{3}{4}}{x+3} - \frac{\frac{5}{8}}{x+5}$ $\quad d)\ x + 3 + \frac{7}{x-1}$

2. $a)\ \frac{2}{3}\ln[(x-2)^2.|x+1|] + c, \quad x \neq -1, x \neq 2$

   $b)\ ln\frac{(x+3)^2}{|x-6|} + c, \quad x \neq 6, x \neq -3$

   $c)\ x^3 - 3x^2 - 2x - 3ln|x+2| + c\ , \quad x \neq -2$

   $d)\ \frac{1}{12}\ ln\left|\frac{2+3x}{2-3x}\right| + c, \quad x \neq \pm\frac{2}{3}$

   $e)\ 3x - 7ln|x+2| + c\ , \quad x \neq -2$

   $f)\ \frac{1}{4}ln|1-x^2| - \frac{1}{2}arctgx + c, \quad x \neq \pm 1$

3. $6,\ \ 16\frac{2}{3},\ \ ln\sqrt{2}\ ,\ \ e - \frac{1}{e},\ \ 18\frac{2}{3},\ \ 0$

4. $c = 2$

5. všechny funkce jsou spojité

   $a)\ \frac{ln^2 2}{2}, \quad b)\ 2 - \sqrt{2}, \quad c)\ 1, \quad d)\ -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{e^3} - e\right), \quad e)\ 0, \quad f)\ -\frac{5}{7}$