

Aplikace určitého integrálu

- Nakreslete rovinný obrazec, který omezuje osa x a graf funkce $y = f(x)$, přičemž $x \in \langle a, b \rangle$. Potom vypočítejte jeho obsah:
 - $y = x^2, \quad x \in \langle 0, 2 \rangle$
 - $y = -x^2 + 2, \quad x \in \langle -1, 1 \rangle$
 - $y = \sin x, \quad x \in \langle 0, \pi \rangle$
 - $y = e^x - 1, \quad x \in \langle 0, 1 \rangle$
 - $y = \ln x, \quad x \in \langle 1, e \rangle$
 - $y = \frac{1}{x}, \quad x \in \langle \frac{1}{2}, 5 \rangle$
- Nakreslete rovinný obrazec, který je omezen grafy funkcí f a g . Potom vypočítejte jeho obsah:
 - $f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = x + 1$
 - $f(x) = x^2 + 2x, \quad g(x) = -x^2 - 2x$
 - $f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = 0,5x$
 - $f(x) = x^3, \quad g(x) = x$
- Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce (funkce $f(x)$ a osa x v daném intervalu $\langle a, b \rangle$) kolem osy x :
 - $f(x) = 2 - x, \quad x \in \langle 0, 1 \rangle$
 - $f(x) = x^2 + 1, \quad x \in \langle -2, 2 \rangle$
 - $f(x) = \sin x, \quad x \in \langle 0, \pi \rangle$
- Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce kolem osy x :
 - $y^2 - x^2 = 4, \quad x = 2, \quad x = -2, \quad y = 0$
 - $x \cdot y = 4, \quad x = 1, \quad x = 4, \quad y = 0$
- Určete obsah obrazce vymezeného křivkami:
 - $f(x) = 1 - x^2, \quad g(x) = -2x^2, \quad x = 0, \quad x = 2$
 - $f(x) = \ln x, \quad x = 2e, \quad y = 0$
 - $y^2 = 16x, \quad x^2 = 2y$
- Vypočítejte objem tělesa vytvořeného rotací rovinného obrazce omezeného zadanými křivkami. Obrazec rotuje kolem osy x :
 - $f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = 2$
 - parabola* $y^2 = -6x, \quad x_1 = -3, \quad x_2 = -1, \quad y = 0$

Výsledky:

1. a) $\frac{8}{3} (j^2)$, b) $\frac{10}{3} (j^2)$, c) $2 (j^2)$, d) $e - 2 (j^2)$

e) $1 (j^2)$, f) $\ln 10 (j^2)$

2. a) $4\frac{1}{2} (j^2)$, b) $\frac{8}{3} (j^2)$, c) $\frac{4}{3} (j^2)$, d) $\frac{1}{2} (j^2)$

3. a) $\frac{7}{3} \pi (j^3)$, b) $\frac{412}{15} \pi (j^3)$, c) $\frac{1}{2} \pi^2 (j^3)$

4. a) $\frac{64}{3} \pi (j^3)$, b) $12 \pi (j^3)$

5. a) $\frac{14}{3} (j^2)$, b) $1 + 2e \cdot \ln 2 (j^2)$, c) $10 + \frac{2}{3} (j^2)$

6. a) $\frac{64}{15} \pi (j^3)$, b) $24 \pi (j^3)$