

SYSTÉMA LDR 1. ŘÁDU S KONSTANTNÍMI KOEFICIENTY

$$\begin{aligned} y_1' &= 4y_1 - y_2 \\ y_2' &= y_1 + 2y_2 \end{aligned}$$

- SYSTÉM LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC 1. ŘÁDU VE TVARU $y' = Ay$,
KDE A JE ČTVERCOVÁ MATICE ŘÁDU 2

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ZAHÍMÁNÍ NÁŠ VLASTNÍ ČÍSLA A VLASTNÍ VEKTORY MATICE A .

λ JE VLASTNÍM ČÍSLEM MATICE $A \Leftrightarrow \det(A - \lambda I) = 0$

$$\begin{aligned} \det(A - \lambda I) &= \begin{vmatrix} 4-\lambda & -1 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)(2-\lambda) + 1 = 8 - 2\lambda - 4\lambda + \lambda^2 + 1 = \\ &= \lambda^2 - 6\lambda + 9 = (\lambda - 3)^2 \end{aligned}$$

$\lambda_{1,2} = 3$ JE VLASTNÍM ČÍSLEM MATICE A - ALGEBRAICKÉ NÁSOBNOSTI 2

MNOŽINA VLASTNÍCH VEKTORŮ PŘÍSLUŠNÝCH VLASTNÍMU ČÍSLU 3: $M_3 = \text{Ker}(A - 3I)$

$$M_3 = \text{Ker} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \text{Ker} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle \text{ LINEÁRNÍ OBLAST VEKTORU } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ VLASTNÍ VEKTOR PŘÍSLUŠNÝ VLASTNÍMU ČÍSLU 3

VLASTNÍMU ČÍSLU $\lambda_{1,2} = 3$ ALGEBRAICKÉ NÁSOBNOSTI 2 PŘÍSLUŠÍ JEDEN VLASTNÍ VEKTOR
PROTO BUDEME HLEDAT ŽOBEČNĚNÝ (\equiv PŘIDRUŽENÝ) VLASTNÍ VEKTOR
JEMU PŘÍSLUŠNÝ - VZNIKNE 1 ŘETĚZEC DÉLKY 2

$$(A - \lambda I)v_2 = v_1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow M_3^2 = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$$

PŘIDRUŽENÝ VLASTNÍ VEKTOR $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

FUNDAMENTÁLNÍ SYSTÉM TVOŘÍ GAUŤOVÉ FUNKCE: $v_1 e^{\lambda x}$, $(v_1 x + v_2) e^{\lambda x}$

ŘEŠENÍM JE Tedy

$$\begin{aligned} y &= c_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot e^{3x} + c_2 \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) e^{3x} \Rightarrow \begin{aligned} y_1 &= c_1 e^{3x} + c_2 (x+2) e^{3x} \\ y_2 &= c_1 e^{3x} + c_2 (x+1) e^{3x} \end{aligned} \end{aligned}$$