Regularita matice

Rozhodněte a zdůvodněte, zda je daná matice regulární či singulární

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \pi & 10^9 & -0.2 & \ln 5 \\ 0 & 0 & 0 & 3333 \\ 0 & 0 & 4444 & \frac{22}{23} \\ 0 & \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{6} \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Rozhodněte o regularitě matice v závislosti na parametru $a \in R$.

$$D = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 5 & 100 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & a \\ a & \sqrt{8} \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \\ 1 & a & 5 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} a & 2a & 3a & 4a \\ 0 & 3a - a^2 & a^2 - 9 & 0 \\ 0 & 0 & a - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 - 2a \end{pmatrix}$$

Výsledky:

- Matice A je singulární, neboť si lze všimnout, že poslední řádkový vektor $\vec{u}_4$ lze vyjádřit jako lineární kombinaci zbylých vektorů, konkrétně:

$$\vec{u}_4 = 4 \cdot \vec{u}_1 + 0 \cdot \vec{u}_2 + \frac{1}{5} \cdot \vec{u}_3,$$

  tedy řádkové vektory jsou lineárně závislé.

- Matice B je regulární, neboť prohozením 2. a 4. řádku získáme matici v horním trojúhelníkovém tvaru s nenulovými čísly na hlavní diagonále.

- Matice C je singulární, neboť

$$\det C = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 1 \cdot \sqrt{6} = 0.$$

- Matice D je regulární, pokud $a \neq 60$.

- Matice E je regulární, pokud $a \neq \pm 2$.

- Matice F je regulární, pokud $a \neq -4$ a $a \neq 3$.

- Matice G je regulární, pokud $a \neq 0$, $a \neq 2$ a $a \neq 3$.