Vypočtěme obsah množiny $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; x^2 + y^2 \leq R^2\}$

$$S(M) = \iint_M 1 \, dx\,dy = \int_0^{2\pi} \int_0^R r \, dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi} 1 \, d\varphi \cdot \int_0^R r \, dr =$$

$$= 2\pi \cdot \left[\frac{r^2}{2}\right]_0^R = \underline{\underline{\pi R^2}}$$

↓

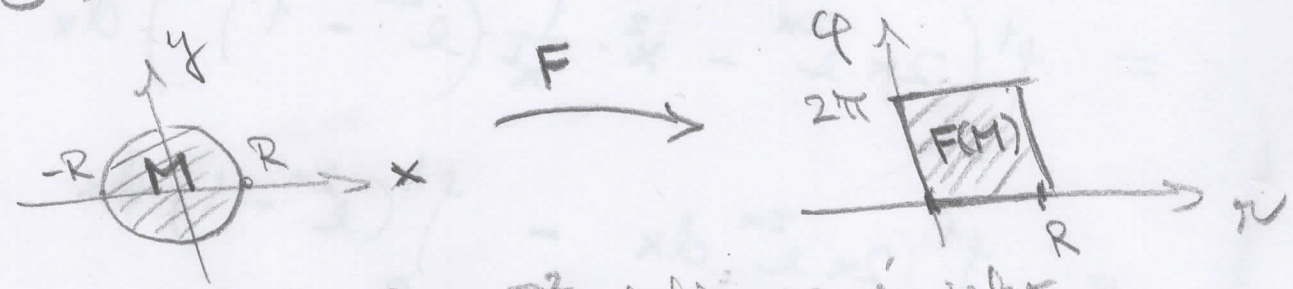
FUBINIOVA VĚTA ⊕ VĚTA O SUBSTITUCI

POLÁRNÍ SOUŘADNICE: $F: \begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$

$0 \leq r \leq R$

$0 \leq \varphi \leq 2\pi$

JAKOBIÁN $J = r$



Zobrazení $F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definované jako

$F(r,\varphi) = (r\cos\varphi, r\sin\varphi)$

je prosté a regulární

a jeho jakobián je: $|J_F| = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial r} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial F_2}{\partial r} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} \end{vmatrix} =$

$$= \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi \end{vmatrix} = r\cos^2\varphi + r\sin^2\varphi$$

$$= r\,(\underbrace{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi}_{1})$$

$$= r.$$