Určete šikmé asymptoty funkce:

1. $$f(x)=\frac{2x^3+2x+1}{x^2+1}$$

Věta: Existují-li vlastní limity

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$$

a $$q=\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-k\cdot x\right),$$

potom přímka $y=kx+q$ je šikmá asymptota

funkce f v $+\infty$

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^3+2x+1}{x^2+1}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+2x+1}{x^3+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^3}\cdot\left(2+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)}{\cancel{x^3}\cdot\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}=\frac{2+0+0}{1+0}=\underline{\underline{2}}$$

ARITMETIKA LIMIT

$$q=\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-k\cdot x\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^3+2x+1}{x^2+1}-2\cdot x\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+2x+1-2x\left(x^2+1\right)}{x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2+1}=\underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2 \quad\text{a}\quad \lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-2x\right)=0$$

Závěr: Přímka $y=2x$ je šikmá asymptota

k funkci f v $\pm\infty$