

#### 4. minitest - varianta A

Statistika 1 - náhodný vektor

9. 5. 2024

Náhodný vektor  $(X, Y)$  má sdruženou hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}y & (x, y) \in [0, 1]^2 \\ 0 & (x, y) \notin [0, 1]^2 \end{cases}$$

Vypočítejte střední hodnotu veličiny  $X$ .

Marginální hustota veličiny  $X$ :

$$f_x(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dy = \int_0^1 \left( \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}y \right) dy =$$

$$= \left[ \frac{3}{4}x^2 y + \frac{3}{2} \frac{y^2}{2} \right]_{y=0}^{y=1} = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}, \quad x \in (0, 1)$$

Střední hodnota:  $EX = \int_{\mathbb{R}} x f(x) dx = \int_0^1 x \left( \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4} \right) dx$

$$= \frac{3}{4} \int_0^1 (x^3 + x) dx = \frac{3}{4} \cdot \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} \right]_0^1 =$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{9}{16}}}$$

#### 4. minitest - varianta B

Statistika 1 - náhodný vektor

9. 5. 2024

Náhodný vektor  $(X, Y)$  má sdruženou hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}y & (x, y) \in [0, 1]^2 \\ 0 & (x, y) \notin [0, 1]^2 \end{cases}$$

Vypočítejte střední hodnotu veličiny  $Y$ .

Marginální hustota veličiny  $Y$ :

$$\begin{aligned} b_Y(y) &= \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dx = \int_0^1 \left( \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}y \right) dx = \\ &= \left[ \frac{3}{4} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}xy \right]_{x=0}^{x=1} = \frac{1}{4} + \frac{3}{2}y, \quad y \in [0, 1] \end{aligned}$$

Střední hodnota veličiny  $Y$ :

$$\begin{aligned} EY &= \int_{\mathbb{R}} y f(y) dy = \int_0^1 y \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2}y \right) dy = \\ &= \int_0^1 \left( \frac{1}{4}y + \frac{3}{2}y^2 \right) dy = \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{y^2}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{y^3}{3} \right]_0^1 = \\ &= \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}} \end{aligned}$$