

2. domácí úkol z Matematiky A - 4. týden

1) Vypočítejte následující limity:

(Nápověda k limitám 2-4: čitatele i jmenovatele nejprve rozložte na součin, pak zlomek zkratíte)

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\log \frac{1}{x} + \frac{1}{\sin x} \right)$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1+x}{1-x^2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{3x^3-12x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8-x^3}{x^2+x-6}$

5. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \log(\cos^2 x)$

6. $\lim_{x \rightarrow 3\pi^-} \arctan \left(\frac{1}{\sin x} \right)$

7. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \arctan \left(\cos \left(e^{-\frac{1}{x}} \right) \right)$

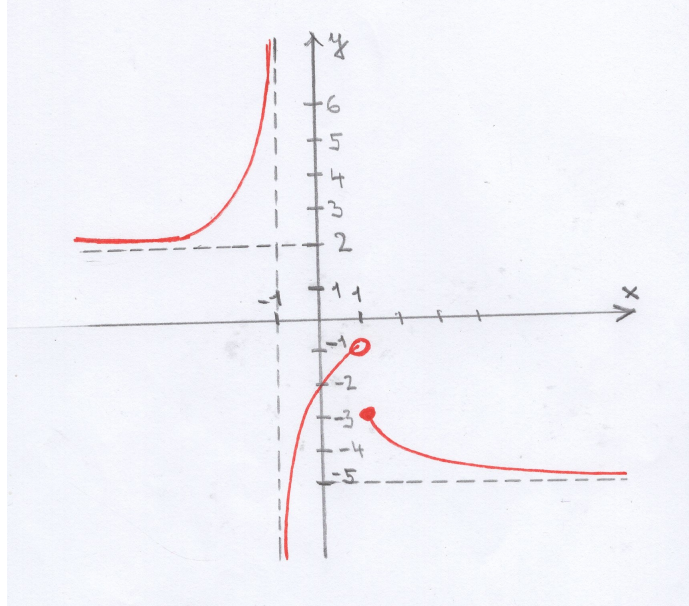
2) Načrtněte graf funkce f splňující:

- f je **klesající** na intervalu $(0, 2)$, **rostoucí** na intervalu $(2, \infty)$,
- f je **konvexní** na intervalu $(0, 3)$, **konkávní** na intervalu $(3, \infty)$
- f je **spojitá** na svém definičním oboru
- Definiční obor: $D_f = (0, \infty)$
- Obor hodnot: $H_f = <1, \infty)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

Má taková funkce maximum nebo minimum? Je prostá?

3) Načrtněte graf funkce f splňující:

- Definiční obor: $D_f = \mathbf{R}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ existuje a je konečná (tj. vlastní)
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ neexistuje
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ je vlastní
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ je nevlastní
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$



Obrázek 1: Graf funkce $g(x)$

4) Určete následující limity z grafu funkce $g(x)$ na obrázku.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} g(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} g(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} g(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-} g(x) =$$

Jaký je obor hodnot této funkce? Je funkce g prostá?