

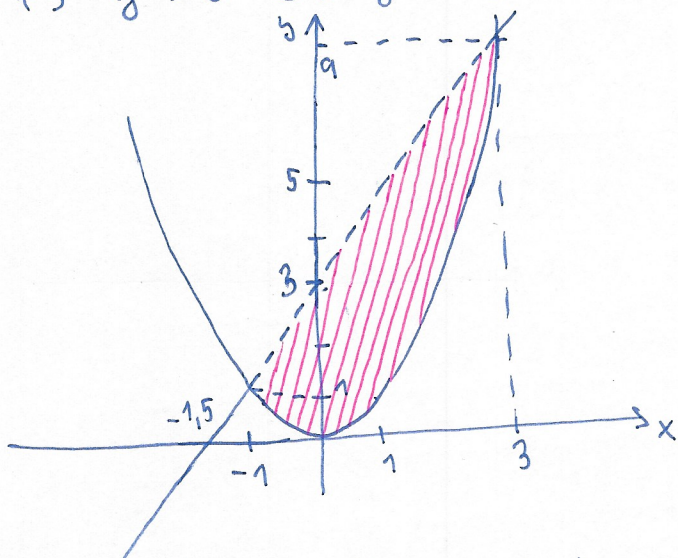
DÚ-MAT (2)

DENISA VONDROVA

1. a) $f(x,y) = \sqrt{y-x^2} + \log_2(2x+3-y)$

$$y-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq x^2$$

$$2x+3-y > 0 \Leftrightarrow y < 2x+3$$



$$x^2 = 2x + 3$$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = (x-3)(x+1)$$

- def. obor není ani urovňová, ani otevířená, množina
- je obloukově souvislá
- je omezená

b) $f(x,y) = \sqrt{y-|x|} + \sqrt{x^2+y^2-9} + \sqrt{225-9x^2-25y^2}$

$$y-|x| \geq 0$$

$$y \geq |x|$$

$$x^2+y^2-9 \geq 0$$

$$x^2+y^2 \geq 9$$

okružnice; $r=3$

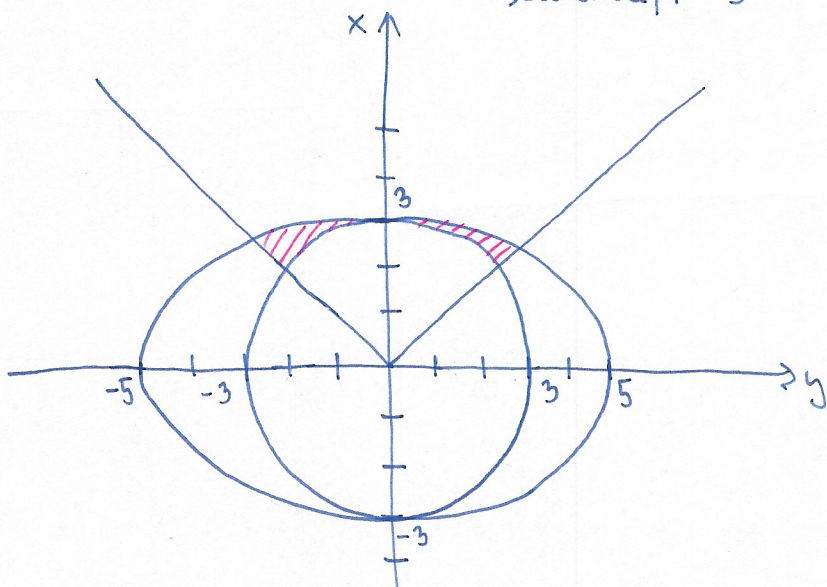
$$225-9x^2-25y^2 \geq 0$$

$$9x^2+25y^2 \leq 225 \quad | :225$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} \leq 1$$

elipsa; $a=5$

$b=3$



- def. obor je urovňová, množina
- je obloukově souvislá
- je omezená

$$c) f(x,y) = \sqrt{5y - y^2 - 4} + \sqrt{\frac{x^2 + 3x + 2}{10 - 3x - x^2}} + \log(y^2 - 5y + 6)$$

$$5y - y^2 - 4 \geq 0$$

$$y^2 - 5y + 4 \leq 0$$

$$(y-1)(y-4) \leq 0$$

$$\frac{25}{2} - \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{10 - 3x - x^2} \geq 0$$

$$-x^2 - 3x + 10$$

$$\frac{(x+1)(x+2)}{-x^2 - 3x + 10} \geq 0$$

$$-(x-2)(x+5)$$

$$\frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x+5)} \leq 0$$

$$(x-2)(x+5)$$

$$10 - 3x - x^2 \neq 0$$

$$x^2 + 3x - 10 \neq 0$$

$$(x-2)(x+5) \neq 0$$

$$x \neq 2; x \neq -5$$

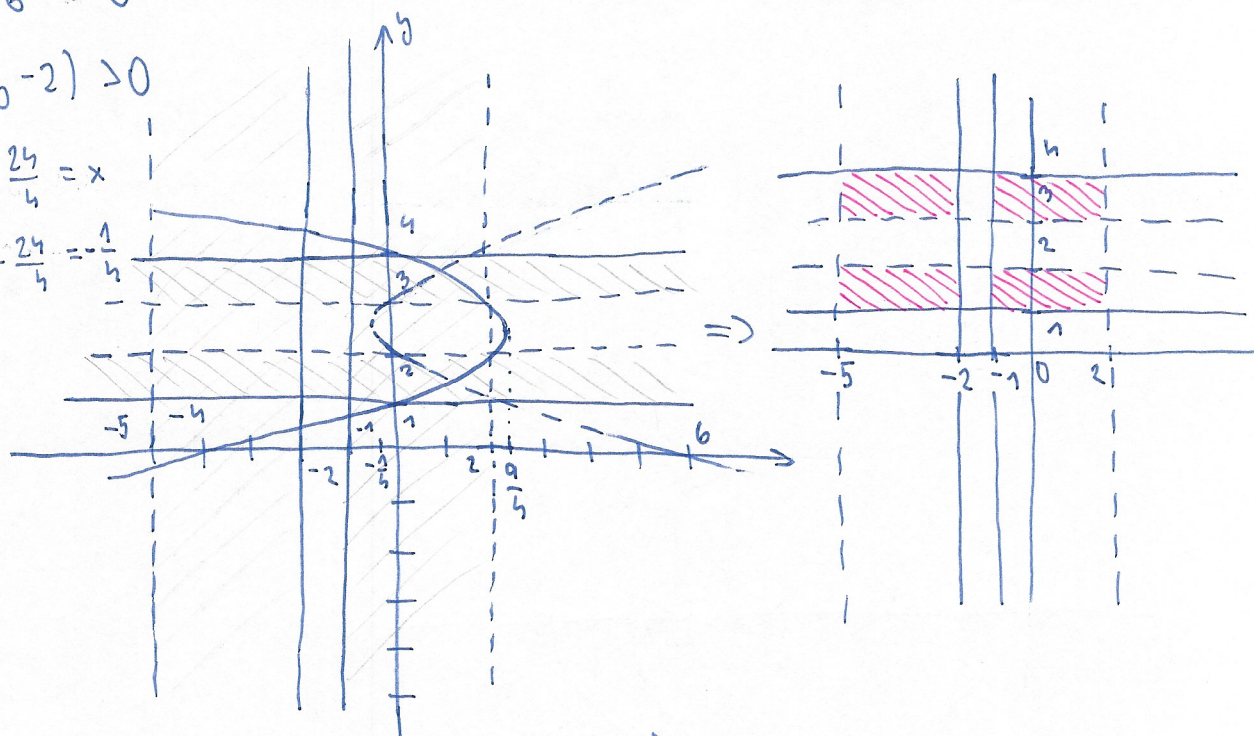
	$(-\infty; -5)$	$(-5; -2)$	$(-2; -1)$	$(-1; 2)$	$(2; \infty)$
$(x+1)$	-	-	-	+	+
$(x+2)$	-	-	+	+	+
$(x-2)$	-	-	-	-	+
$(x+5)$	-	+	+	+	+
	\oplus	\ominus	\oplus	\ominus	\oplus

$$y^2 - 5y + 6 > 0$$

$$(y-3)(y-2) > 0$$

$$\frac{5^2}{2^2} - \frac{25}{2} + \frac{24}{4} = x$$

$$\frac{25}{4} - \frac{50}{4} + \frac{24}{4} = -\frac{1}{4}$$



- def. obor není ani uzavřená, ani omezená množina
- je omezená
- není obdovně souvislá množina

$$d) f(x,y) = \sqrt{yx-2} + \log(5-2x-y)$$

$$yx-2 \geq 0$$

$$5-2x-y > 0$$

$$yx \geq 2 \quad | :x$$

$$y < -2x + 5$$

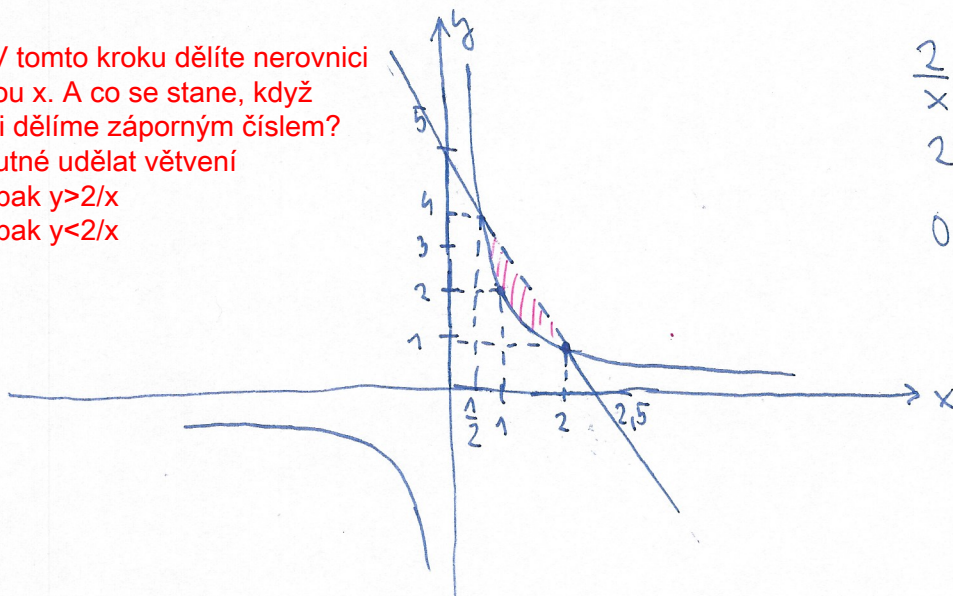
$$\text{NE} \rightarrow y \geq 2 \cdot \frac{1}{x}$$

Chyba! V tomto kroku dělíte nerovnici neznámou x. A co se stane, když nerovnici dělíme záporným číslem?

Zde je nutné udělat větvení

1) $x > 0$, pak $y > 2/x$

2) $x < 0$, pak $y < 2/x$



$$\frac{2}{x} = -2x + 5$$

$$2 = -2x^2 + 5x$$

$$0 = -2x^2 + 5x - 2$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 3}{-4} < \frac{1}{2}$$

- def. obor není 'uzavřená' ani 'otevřená' množina
- je omezená
- je obloukově souvislá

$$② M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 1 < x^2 + y^2 \leq 4; y^2 \leq x\}$$

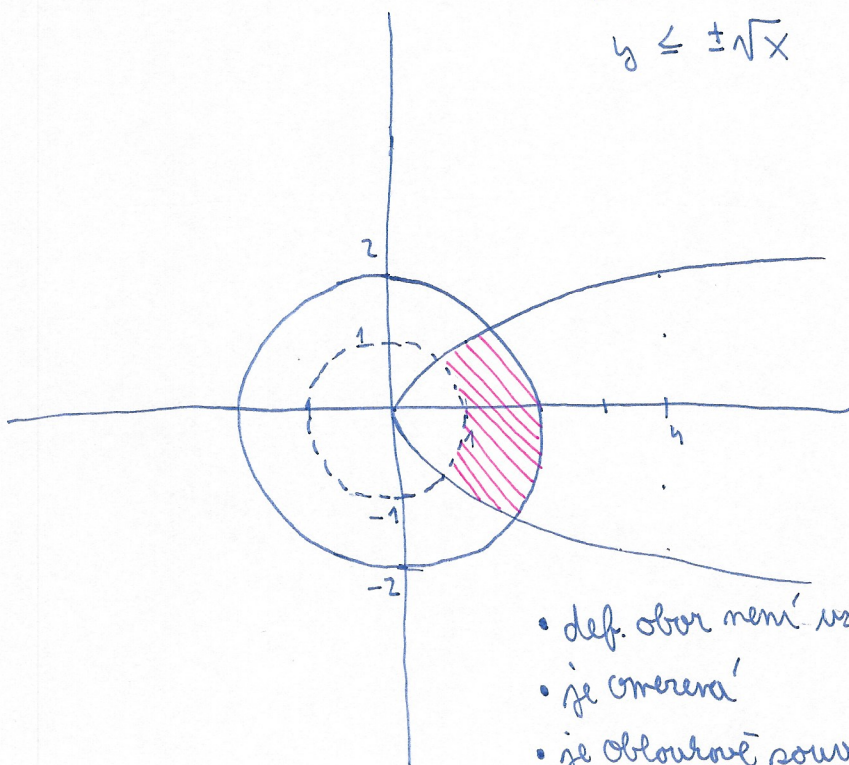
$$x^2 + y^2 > 1$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

$$y^2 \leq x$$

$$|y| \leq \sqrt{x}$$

$$y \leq \pm \sqrt{x}$$



- def. obor není 'uzavřená' ani 'otevřená' množina
- je omezená
- je obloukově souvislá

$$\textcircled{3}. f(x,y) = x^2 - 4x + y^2 + 6y \quad ; \quad A = [1; 1], \quad B = [3; -3]$$

$$a) \frac{df}{dx}(x,y) = 2x - 4 \quad \frac{df}{dx}(1;1) = -2$$

$$\frac{df}{dy}(x,y) = 2y + 6 \quad \frac{df}{dy}(1;1) = 8$$

$$\Rightarrow \text{grad } f(1;1) = \underline{\underline{(-2; 8)}}$$

$$b) f(3; -3) = 9 - 12 + 9 - 18 = -12$$

$$\Rightarrow -12 = x^2 - 4x + y^2 + 6y$$

$$-12 = (x^2 - 4x + 4) - 4 + (y^2 + 6y + 9) - 9$$

$$1 = (x-2)^2 + (y+3)^2$$

kurve

$$r=1$$

$$S = [2; -3]$$

