

Domácí úkol z Matematiky B na 10. týden

1. Mějme vektorové pole $\vec{F}(x, y) = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$ a křivku \mathcal{K} , která je daná parametrickými rovnicemi

$$x = 3 \sin t, y = 3 \cos t, t \in \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle,$$

a je orientovaná souhlasně s parametrizací.

- (a) Nakreslete křivku \mathcal{K} včetně její orientace.
(b) V některých bodech křivky \mathcal{K} zakreslete vektory vektorového pole \vec{F} .
(c) Vypočtěte $\int_{\mathcal{K}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

2. Vypočtěte

$$\int_{\mathcal{K}} \left(x \cdot \sin y, \frac{y}{1 + x^2} \right) \cdot d\vec{r},$$

kde křivka \mathcal{K} je oblouk paraboly $y = x^2$ s počátečním bodem $(1, 1)$ a koncovým bodem $(0, 0)$.

3. Vypočtěte

$$\int_{\mathcal{K}} (x - z)dx + (1 - xy)dy + y dz,$$

kde křivka \mathcal{K} je dána parametrickými rovnicemi

$x = t, y = t^2, z = t^3, t \in \langle 0, 1 \rangle$, a je orientovaná souhlasně s parametrizací.