

# Vzor zápočtového testu

Matematika B1 (MS710P54)

22. prosince 2020

1) Určete hodnotu matice v závislosti na parametru  $a \in \mathbf{R}$ :

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & a \end{pmatrix}$$

2) Najděte inverzní matici k matici  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$

3) Vyjádřete vektor  $u = (2, -1)$  jako lineární kombinaci vektorů  $v_1 = (3, 6)$  a  $v_2 = (2, 5)$ .

4) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice  $A = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$

5) Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x+6}}{x^2-x-20} + \log(14-2x)$$

6) Určete vrchol paraboly, její průsečíky s osami a zakreslete ji do souřadnicového systému

$$f(x) = -x^2 - 2x + 8$$

7) Určete definiční obor a obor hodnot následujících funkcí:

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{3} - 1\right)$$

$$g(x) = 2 \arccos(x+1) + \pi$$

$$h(x) = 6 \arctan x$$

8) Vypočtete následující limity:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{12x - 3x^3}{x^2 - 6x + 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 12x^2}{4x^2 + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log\left(\frac{\pi}{2} - \arctan(x)\right)$$

Výsledky:

1) Pro  $a \in \mathbf{R} \setminus \{3; -4\}$  je matice regulární a má tedy plnou hodnost, v tomto případě 3. Pro  $a = -4$  nebo  $a = 3$  je hodnost matice 2.

*Uvědomte si, že matice je regulární právě tehdy má-li plnou hodnost a tedy právě tehdy, je-li její determinant nenulový. Můžeme tedy spočítat determinant a rozhodnout pro jaké  $a$  je roven nule a pak pro tyto hodnoty zvlášť určit hodnost. Jiná možnost by byla upravovat matici na horní trojúhelníkový tvar.*

$$2) A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Lze využít i větu, která říká, že  $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj} A$

$$3) u = 4 \cdot v_1 + (-5) \cdot v_2$$

4) Vlastní čísla jsou 7 a 11. Vlastní vektor příslušný vlastnímu číslu 7 je např.  $(-2, 1)$  a vlastní vektor příslušný vlastnímu číslu 11 je např.  $(2, 1)$

5) Je třeba stanovit 3 podmínky: jmenovatel zlomku nesmí být nulový, výraz pod odmocninou musí být nezáporný a logaritmovaný výraz musí být kladný.

$$D = \langle -3, 7 \rangle \setminus \{5\}$$

6) Vrchol paraboly je  $[-1; 9]$ . Průsečíky s osami jsou  $[2; 0]$ ,  $[-4; 0]$ ,  $[0; 8]$ .

$$7) D_f = \langle 0, 6 \rangle, H_f = \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$$

$$D_g = \langle -2, 0 \rangle, H_g = \langle \pi, 3\pi \rangle$$

$$D_h = \mathbf{R}, H_h = \langle -3\pi, 3\pi \rangle$$

8) Výsledky: 12, -3,  $-\infty$

V zápočtovém testu se mohou vyskytnout příklady z těchto okruhů:

**soustavy lineárních rovnic, matice a operace s nimi**

**hodnost matice**

**lineární závislost a nezávislost vektorů**

**determinant**

**inverzní matice**

**vlastní čísla a vlastní vektory**

**elementární funkce**

**definiční obor funkce, obor hodnot**

**cyklometrické funkce**

**limity**