

Jméno a příjmení (čitelně): \_\_\_\_\_

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Konopka    Kryštof    Kůs    Řada

9:15    11:00    12:45    14:30    16:15    18:00

**Závěrečný test LS 2019/20**  
**Test 1, Varianta A**

**1.**

**1A.** (6 bodů) Pro funkci  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2x+5}}{2-4x}$  určete (a) její definiční obor, (b) limity ve všech krajních bodech def. oboru (všechny kroky výpočtu podrobně zdůvodněte).

**1B.** (4 body) Spočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{n}{2}} + 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n}{4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{6}\right)^{n+1}}.$$

**2.** (10 bodů) 3) Parabola je zadána jako graf funkce

$$f(x) = 3x^2 + \sqrt{\frac{1}{2}}x - 6$$

Určete body  $x_0 \in \mathbb{R}$ , v nichž má tečna ke grafu funkce  $f$  rovnici ve tvaru  $y = \sqrt{\frac{25}{2}}x + q$ . V každém takovém bodě pak spočtěte hodnotu koeficientu  $q$  a napište rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto parabolu s vyznačeným průsečíkem s osou  $y$  a se zadanou tečnou, u tečny určete a vyznačte její průsečíky s osami a bod dotyku s parabolou.  
Nápověda:  $\sqrt{2} \doteq 1,414$

**3.** (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{e^{2x-1}}{1-x},$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je  $f$  kladná/záporná, průsečíky s osami (případně hodnoty v jiných důležitých bodech), limity v krajních bodech  $D_f$ , derivaci funkce a její nulové body, lokální a globální extrémy, obor hodnot, intervaly monotonie, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce. Vše řádně zdůvodněte.

Pomůcka: . . . .

Jméno a příjmení (čitelně): \_\_\_\_\_

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Konopka   Kryštof   Kůs   Řada

9:15   11:00   12:45   14:30   16:15   18:00

**Závěrečný test LS 2019/20**  
**Test 2, Varianta A**

4. (20 bodů) Určete globální extrémy funkce  $f(x, y) = 4x^2 + 3y - 4$  na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 4; x \geq 0\}.$$

Množinu  $M$  nakreslete a vyznačte do ní všechny nalezené kandidáty na extrém.  
Pomůcka:  $\sqrt{3} \doteq$ .

5. (20 bodů) Určete globální extrémy funkce  $f(x, y, z) = -4x^2 - y^2 - 2z^2$  na množině

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$