

Pravděpodobnost a statistika

Vybrané partie z matematiky pro geoinformatiky II (MS710P72)
1. termín, 8. 1. 2024

1) Předpokládejme, že pravděpodobnost narození dívky je 0,49. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 8 dětmi v rodině budou právě 3 dívky? Určete rozdělení náhodné veličiny udávající počet děvčat v rodině s 8 dětmi.

2) V loterii Šťastných 10 vsadíme náhodně 10 čísel ze 70. Určete rozdělení náhodné veličiny udávající počet uhodnutých čísel.

3) Čerpací stanice obslouží v průměru 72 automobilů za hodinu. Jaká je pravděpodobnost, že během příštích 5 minut obslouží alespoň 3 automobily? Určete rozdělení náhodné veličiny udávající počet obsloužených automobilů během 5 minut.

4) Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \in (-\infty, 1] \\ 1 + x^2(2 \ln x - 1) & x \in (1, \sqrt{e}] \\ 1 & x \in (\sqrt{e}, \infty) \end{cases}$$

Určete její hustotu, střední hodnotu a rozptyl.

5) Náhodná veličina X má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{12} \sqrt[3]{x} & x \in [0, 8] \\ 0 & x \notin [0, 8] \end{cases}$$

Určete její distribuční funkci, střední hodnotu a rozptyl.

6) Náhodný vektor (X, Y) má sdruženou hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} 3\sqrt{xy} & (x, y) \in [0, 1]^2 \\ 0 & (x, y) \notin [0, 1]^2 \end{cases}$$

Určete marginální hustoty veličin X a Y a vypočítejte jejich střední hodnoty a rozptyly. Vypočítejte jejich korelaci a kovarianci a sestavte kovarianční matici. Jsou veličiny X a Y nezávislé?

Bonusový příklad: Necht X je náhodná veličina s exponenciálním rozdělením s parametrem λ se střední hodnotou EX a rozptylem σ^2 . Určete číslo $k \in \mathbf{R}$ tak, aby

$$P[EX - k\sigma \leq X \leq EX + k\sigma] = 95\%$$