

Pravděpodobnost a statistika

Vybrané partie z matematiky pro geoinformatiky II (MS710P72)
2. termín, 15. 1. 2024

1) V letadle je 98 míst k sezení. Letecká společnost prodala 100 letenek, neboť ze zkušenosti vědí, že průměrně 97 lidí ze 100 se po zakoupení letenky skutečně dostaví k letu. Jaká je pravděpodobnost, že tentokrát přijde více lidí než je v letadle míst k sezení?

2) Pravděpodobnost zásahu terče je 0,4. Určete rozdělení náhodné veličiny udávající na kolikátý pokus se střelci poprvé podaří zasáhnout terč, ma-li k dispozici a) neomezeně nábojů, b) 3 náboje.

3) Dítě se ztratí na území, které má na mapě tvar čtverce. Určete rozdělení náhodné veličiny udávající v jaké vzdálenosti se dítě nachází od konkrétní strany čtverce.

4) Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{8}x^3 & x \in [0, 2] \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Určete její hustotu, střední hodnotu a rozptyl. Vypočítejte pravděpodobnost $P[1 \leq X < \frac{3}{2}]$.

5) Náhodná veličina X má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 \ln^2 x}{x} & x \in [1, e] \\ 0 & x \notin [1, e] \end{cases}$$

Určete její distribuční funkci, střední hodnotu a rozptyl.

6) Náhodný vektor (X, Y) má sdruženou hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{2}y^2 \ln x + \frac{1}{2} \ln x & 1 \leq x \leq e, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Určete marginální hustoty veličin X a Y a vypočítejte jejich střední hodnoty a rozptyly. Vypočítejte jejich korelaci a kovarianci a sestavte kovarianční matici. Jsou veličiny X a Y nezávislé?

Bonusový příklad: Nechtě X je náhodná veličina s exponenciálním rozdělením s parametrem λ se střední hodnotou EX a rozptylem σ^2 . Určete číslo $k \in \mathbf{R}$ tak, aby

$$P[EX - k\sigma \leq X \leq EX + k\sigma] = 50\%$$