

Neabsolutní konvergence Newtonova integrálu

Errata - bakalářská práce

Bc. Filip Konopka

28. února 2019

První verze této práce byla opravena a dne 7. 2. 2019 proběhla její obhajoba s hodnocením "velmi dobře". Tato opravená verze je rovněž zveřejněná v SISu i v repozitáři závěrečných prací Univerzity Karlovy.

V tomto dodatku bych se však chtěl vyjádřit k posudku oponenta Václava Vlasáka ze dne 31.8.2018.

Bohužel, univerzitní předpisy jsou nastaveny tak, že oponent může ve svém posudku napsat vlastně cokoliv - může si vymýšlet, může lhát, může studenta poškodit a tento jeho posudek uveřejní a to už pak navěky zůstane viset veřejně na internetu. Proto bych se k tomu zde chtěl vyjádřit a uvést věci na pravou míru.

Posudek je zmatečný a v řadě věcí si protirečí. Kritika zde dle mého názoru není podávána konstruktivně. Oponent kritizoval všechno a hledal chyby za každou cenu i tam, kde ve skutečnosti nebyly; na druhou stranu zcela přehlížel věci, které byly správně a ty nekomentoval. V jeho posudku nebyla jediná pozitivní věta. I proto jsem požádal o změnu oponenta. Chtěl bych se proto zde vyjádřit k jednotlivým bodům v tomto posudku.

Faktem je, že práce měla své nedostatky a jsem si toho vědom. Vyskytovalo se v ní značné množství chyb a překlepů vzniklých převážně z nepozornosti. Řadu věcí jsem dopisoval na poslední chvíli a nekonzultoval s vedoucím. To co však bylo v práci skutečně podstatné, tedy konstrukce protipříkladu v kap. 1.3, konstrukce bilipschitzovské funkce na str. 17,18,19 a Věta 6 a její důkaz na str. 24,25,26; bylo již v původní verzi práce správně (až na překlep v důkazu věty 6, který však důkaz nikterak neovlivnil). Toto bych chtěl zdůraznit. Přejdu tedy ke konkrétním bodům:

- Jedním z hlavních argumentů oponenta, kterými se snažil při obhajobě přesvědčit komisi o zamítnutí mé práce mělo být, že údajně ve své práci tvrdím, že Cantorova množina je spočetná, což uvádí i v seznamu chyb. Ve skutečnosti se ale v práci nic takového nepíše a jde pouze o jeho výmysl.

Kdyby si oponent přečetl souvisle a s porozuměním text začínající na str.17 a končící prvním odstavcem na str.18, nemohl by dojít k závěru, že uvádím Cantorovu množinu jako příklad spočetné množiny. Pracoval jsem s nějakou po částech lineární funkcí a množina M , o níž jsem zde hovořil, měla být konkrétní množina, kde dochází ke zlomům dané funkce a kde tedy funkce není diferencovatelná. Tato množina byla v konkrétním případě spočetná a tedy množina nulové míry. O odstavce výše uvádím v obecnosti, že taková funkce je diferencovatelná skoro všude vzhledem k Lebesgueově míře, což znamená, že množina těch bodů, kde funkce diferencovatelná není má míru 0 - a jako jiný příklad takové množiny jsem uvedl Cantorovu množinu. Tvrzení oponenta tedy bylo zavádějící a zcela vytržené z kontextu. Tím komisi uvedl v omyl. Členové komise nemohli vědět co se v práci skutečně píše a a co ne a tak nejspíš považovali tuto "chybu", ve skutečnosti vymyšlenou oponentem, za zásadní.

- Na obhajobě mi oponent před komisí ironicky položil otázku proč prý nejdříve v úvodu kapitoly uvádím, že budu předpokládat, že φ je spojitá, neklesající funkce, jejíž limita v $+\infty$ je rovna $+\infty$; a pak později ve větě 6 předpokládám, že φ je periodická funkce - zda si prý myslím, že spojitá neklesající funkce s limitou $+\infty$ může být periodická. Odpověď je velmi jednoduchá: V úvodu kapitoly uvádím, že se budeme v práci zabývat konvergencí integrálu $\int_1^\infty \frac{\sin \varphi(x)}{x} dx$ a kladu určité požadavky na funkci φ ; kdežto ve větě 6 vyslovuji kritérium konvergence integrálu $\int_1^\infty \frac{\varphi(x)}{x} dx$, kde na funkci φ kladu jiné požadavky. Tedy, má-li funkce φ nějaké vlastnosti, funkce $\sin \varphi(x)$ bude mít pochopitelně vlastnosti jiné. Tato otázka, kterou mi oponent na závěr položil byla úplně mimo a pouze poukazuje na to, že oponent vůbec nevěděl o čem je zde řeč.
- Ve výčtu chyb oponent uvádí, že Abel-Dirichletovo kritérium (Věta 1) je zde formulováno bez důkazu. Vedoucí práce se ale vyjádřil, že jej můžu formulovat bez důkazu. Je to tedy zcela v pořádku a správně jsem se i zde odkázal na literaturu ([1] Jarník, Integrální počet I). Protože se jedná o známé kritérium, není třeba uvádět stranu, kde přesně se dá důkaz dohledat a ani by vůbec nebylo nutné se na literaturu odkazovat. Je tedy zavádějící, že toto oponent uvádí ve výčtu chyb.
- Dále oponent ve výčtu chyb uvádí, že na mnoha místech používám symbol ∞ namísto $+\infty$. To je ale zcela v pořádku. Píše to tak i řada profesorů na MFF UK ve svých skriptech. Je tedy zavádějící uvádět to jako chybu.
- V shrnutí obsahu práce oponent chybně uvádí, že práce pojednává o tom, pro které spojitě funkce φ definované na intervalu $[0, \infty)$ Newtonův integrál $\int_0^\infty \frac{\sin \varphi(x)}{x} dx$ konverguje. To však není pravda. V práci jsme se výhradně zabývali konvergencí integrálu $\int_1^\infty \frac{\sin \varphi(x)}{x} dx$, jak bylo zdůrazněno hned na začátku v kap. 1.2, str. 4, 1 odstavce. Konvergence u 0 tedy v práci nebyla zkoumána.

- V hodnocení tématu práce oponent uvádí, že práce obsahuje lehké i těžší otázky a já jsem se zabíral spíše těmi snadnými; před komisí pak navíc řekl, že jsem se těžším otázkám vyhýbal. K tomuto chci pouze dodat, že jsem se přesně řídil pokyny vedoucího práce a zabíral jsem se tím, čím mi řekl, že bych se v práci zabírat měl. Nebyla zde žádná otázka, které bych se vědomě vyhnul.
- V hodnocení vlastního příspěvku oponent uvádí, že neshledává žádný vlastní příspěvek. Vlastní příspěvek, jak již jsem psal výše, byl především v konstrukci protipříkladu v kap. 1.3, konstrukci bilipschitzovské funkce na str. 17,18,19 a Věta 6 a její důkaz na str. 24,25,26; což bylo to hlavní, o co v práci šlo a to bylo správně.
- Věta 6: Oponent doslova uvádí, že "věta má chybný důkaz". Taková formulace podle mého názoru vyznívá tak, že důkaz věty obsahuje věcné chyby a proto neplatí. Důkaz ale neobsahuje věcné chyby a platí. Proto považuji takový výrok za zcela zavádějící. Nestranná komise, která práci nečetla tak může skutečně nabýt dojmu, že důkaz věty je věcně chybný. Konkrétně na str. 25 jsem pro jednoduchost uvedl, že rovnost (1.5) platí až na aditivní konstantu a to z toho důvodu, že bylo podstatné, zda pravá strana rovnosti bude po limitním přechodu konečná nebo ne - daná konstanta, kterou jsem si dovilil zanedbat zde tedy nehrála roli a zápis se stal přehlednější. Dále ve funkci ϕ má být v čitateli druhého zlomku členu řady " $\cos nx - 1$ " namísto " $\cos nx$ ", což však celkový důkaz věty neovlivní (viz. opravená verze práce). Zde šlo pouze o numerickou chybu při integraci. Formulace "věta má chybný důkaz" tedy zde dle mého mínění není na místě. Dále oponent uvádí ve výčtu chyb, že je třeba vysvětlit konvergenci řady v definici funkce τ na str. 25. Konvergence řady však byla vysvětlena níže a to tím, že jsem ukázal omezenost této funkce τ . Toto si oponent zřejmě nečetl.
- Oponent hodnotí matematickou úroveň práce jako velmi špatnou, přitom se sám na několika místech v posudku vyjadřuje chybně - např. v komentáři k větě 4 píše "zlomek konverguje do $+\infty$ ", přičemž jde o spojení dvou výrazů logicky si odporujících.
- Oponent na jednu stranu namítá, že práce byla delší než je nutné; na druhou stranu pak uvádí, že považuje zadání práce za nesplněné. V tomto bodě si protirečí. Kritizuje, že jsem zbytečně složitě dokazoval bilipschitzovskost po částech lineární funkce a hodnotí to jako triviální úkon; přestože vedoucí práce chtěl, abych bilipschitzovskost této funkce zde skutečně ukázal korektním způsobem (např. použitím lemmatu 3, viz opravená verze práce). Na druhou stranu kritizuje, že jiné věci jsem okomentoval podle něj nedostatečně. Ať už jsem napsal cokoliv, bylo to špatně.

K vlastnímu hodnocení chyb chci dodat následující:

- Oponent uvádí ve výčtu závažných chyb, že Věta 5 neplatí a níže pak ve výčtu chyb uvádí, že $\frac{1}{\varphi'(x)}$ nemusí být monotónní. Zde se jednalo pouze a jenom o přepis, kdy v předpokladu věty místo "je-li $\varphi \in C^1(1, \infty)$ monotónní" mělo být napsáno "je-li $\varphi' \in C(1, \infty)$ monotónní". Je to celkem pochopitelné, protože v předpokladu věty jsem měl napsáno, že funkce φ má být monotónní, což jsem v důkazu nikde nevyužil; kdežto v důkazu věty využívám monotonii φ' . Ano, věta neplatí, ale na tomto místě je pochopitelné, že šlo jen o přepis.
- Lemma 3 bez předpokladu monotonie neplatí - v tomto bodě s oponentem souhlasím. (viz. opravená verze práce)
- Na konci důkazu věty 4 skutečně tvrdím něco, co neplatí (viz. opravená verze práce)
- Věta 7: V důkazu skutečně zmíněné dvě nerovnosti neplatí. Byla zde tedy chyba (odstranitelná).

Závěrem chci dodat, že posudek je zčásti založen na pravdě a zčásti ne. Podává neúplné, zkreslené i nepravdivé informace. Tento posudek mě poškozují a nesouhlasím s ním. Jsem přesvědčený o tom, že oponent byl zaujatý. Proč, to pro mě zůstává záhadou. Jsem rád, že jsem při opravném termínu obhajoby měl již jiného oponenta.