1. Nalezněte všechny parciální derivace následujících funkcí

   (a) $f(x,y) = 4x^2y - 3xy^3 + 6x$
   (b) $f(x,y) = xy$
   (c) $f(x,y) = xy^2$
   (d) $f(x,y) = e^{2x+3y}$
   (e) $f(x,y) = \frac{x+y}{x-y}$
   (f) $f(x,y) = 3x^2y - 7x\sqrt{y}$
   (g) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4x^2y^2$
   (h) $f(x,y) = xy + \frac{x}{y}$
   (i) $f(x,y) = \frac{x}{y^2}$
   (j) $f(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$
   (k) $f(x,y) = x\sin(x+y)$
   (l) $f(x,y) = \frac{\cos x^2}{y}$
   (m) $f(x,y) = x^y$
   (n) $f(x,y) = \ln(x+y^2)$
   (o) $f(x,y) = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$
   (p) $f(x,y) = \operatorname{arctg}\frac{x+y}{1-xy}$
   (q) $f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$
   (r) $f(x,y,z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$
   (s) $f(x,y,z) = x^{\frac{y}{z}}$
   (t) $f(x,y,z) = x^{y^z}$

2. Nalezněte diferenciály následujících funkcí

   (a) $f(x,y) = x^m y^n$
   (b) $f(x,y) = \frac{x}{y}$
   (c) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$
   (d) $f(x,y) = \ln\sqrt{x^2+y^2}$
   (e) $f(x,y) = e^{xy}$
   (f) $f(x,y,z) = xy + yz + zx$
   (g) $f(x,y) = \frac{z}{x^2+y^2}$

3. Využije diferenciály pro aproximaci následujících hodnot:

   (a) $f(x,y) = x^4 + 2x^2y^2 + xy^4 + 10x$ pro $x = 10.36$ a $y = 1.04$
   (b) $f(x,y) = 6x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}$ pro $x = 998$ a $y = 101.5$
   (c) $f(x,y,z) = \sqrt{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{3}} + 5z^2}$ pro $x = 4.2$, $y = 7.95$ a $z = 1.02$

4. Nahraďte přírůstek funkce diferenciálem a vypočtěte přibližně hodnoty následujících výrazů

   (a) $1.002 \cdot 2.003^2 \cdot 3.004^3$
   (b) $\frac{1.03^2}{\sqrt[3]{0.98}\cdot\sqrt[4]{1.05^3}}$
   (c) $\sqrt{1.02^3 + 1.97^3}$

5. Uvažujte produkční funkci $q = 9L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}$.

   (a) Jaký bude výstup q pro $L = 1000$ a $K = 216$?
   (b) Využijte diferenciály pro odhad hodnot $q(998, 216)$ a $q(1000, 217.5)$.
   (c) Srovnejte odhad z části (b) se skutečnou hodnotou.

6. Na trhu s dvěma druhy zboží uvažujte poptávkovou funkci $Q = 6p_1^{-2}p_2^3 2$, kde Q je poptávané množství prvního druhu zboží, p_1 je jeho cena a p_2 je cena druhého druhu zboží. Předpokládejte, že aktuální ceny jsou $p_1 = 6$ a $p_2 = 9$.

(a) Jaké je aktuální poptávané množství prvního druhu zboží?

(b) Využijte totální diferenciál pro odhlad změny poptávaného množsví, jestliže se p_1 zvýší o 0.25 a p_2 se sníží o 0.5 .

(c) Opakujte část (b), pokud se obě ceny zvýší o 0.2 .

(d) Srovnejte výsledky z předchozích dvou částí se skutečnými hodnotami.

7. Uvažujte produkční funkci $y = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{1}{2}} x_3^{\frac{1}{6}}$, kde y je úroveň výstupu a x_i jsou objemy jednotlivých vstupních faktorů. Firma momentálně využívá kombinaci $(27, 16, 64)$.

   (a) Jaká je aktuální úroveň produkce?

   (b) Využijte totální diferenciál pro odhad úrovně produkce, pokud se x_1 zvýší na 27.1, x_2 se sníží na 15.7 a x_3 zůstává stejné.

   (c) Srovnejte výsledek z části (b) se skutečnou hodnotou.

   (d) Zopakujte části (b) a (c) pro $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.2$ a $\Delta x_3 = -0.4$.

8. Najděte $\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$, když

   (a) $f(x, y) = x^2 + y^2$, $x = t$, $y = t^2$

   (b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x = t$, $y = t^2$

   (c) $f(x, y) = xy$, $x = 1 - \sqrt{t}$, $y = 1 + \sqrt{t}$

   (d) $f(x, y) = \ln(x + y)$, $x = e^t$, $y = e^t$

   (e) $f(x, y) = 3xy^2 + 2x$, $x(t) = -3t^2$, $y(t) = 4t^3 + t$

   (f) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = e^t$

   (g) $f(x, y, z) = xy \cos z$, $x(t) = t$, $y(t) = t^2$, $z = \arcsin t$

9. Vypočítejte směrovou derivaci $f(x, y) = 5 - 2x^2 - \frac{1}{2}y^2$ v bodě $(3, 4)$ ve směru $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

10. Vypočítejte směrovou derivaci $f(x, y) = y^2 \cos(2x)$ v bodě $(\frac{\pi}{3}, 2)$ ve směru $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

11. Vypočítejte směrovou derivaci $f(x, y) = xy^2 + x^3y$ v bodě $(4, -2)$ ve směru $\left(\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

12. Vypočítejte směrovou derivaci $f(x, y) = x^2 - y^2$ v bodě $(1, 0)$ ve směru $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

13. Vypočítejte směrovou derivaci $f(x, y) = xy$ v bodě $(-2, 0)$ ve směru $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

14. Najděte gradient funkce $f(x, y) = 3x^2 + y^3 - 3x + y$ a jeho hodnotu v bodě $(2, 3)$.

15. Najděte gradient funkce $f(x, y) = \frac{14 - x^2 - y^2}{3}$ a jeho hodnotu v bodě $(1, 2)$.

16. Najděte gradient funkce $f(x, y) = \ln\left(4x^3 - 3y\right)$ a jeho hodnotu v bodě $(1, 1)$.

17. Najděte gradient funkce $f(x, y) = xy + yz + xz$ a jeho hodnotu v bodě $(1, 2, 3)$.

18. Najděte gradient funkce f v bodě $\mathbf{p}$

    (a) $f(x, y) = xy^2 - yx^2$, $\mathbf{p} = (-1, 1)$

(b) $f(x,y) = xe^y - \ln x$, $\mathbf{p} = (-3,0)$

(c) $f(x,y,z) = xy - \ln z$, $\mathbf{p} = (2,-2,2)$

(d) $f(x,y,z) = x\sqrt{y^2+z^2}$, $\mathbf{p} = (-2,-1,-1)$

19. V jakém směru se máme pohybovat od bodu $(2,3)$ tak, abychom zvyšovali hodnoty funkce $f(x,y) = 4x^2y$ co nejrychleji? Udejte svou odpověď jako vektor délky 1.

20. V jakém směru se máme pohybovat od bodu $(0,3)$ tak, abychom zvyšovali hodnoty funkce $f(x,y) = y^2e^{3x}$ co nejrychleji? Udejte svou odpověď jako vektor délky 1.

21. Najděte směrovou derivaci funkce ve směru, ve kterém roste nejrychleji:

    (a) $f(x,y) = e^{xy}$ v bodě $(6,7)$

    (b) $f(x,y) = \ln(xy+yz+zx)$ v bodě $(-9,-18,-27)$

22. Najděte směr, ve kterém funkce roste nejrychleji a udejte směrovou derivaci funkce v tomto směru:

    (a) $f(x,y) = xe^{-y}$ v bodě $(-2,0)$

    (b) $f(x,y) = \cos(3x+2y)$ v bodě $(\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{8})$

23. Pro následující implicitní rovnice nalezněte $y'(x)$ 1) vyjádřením $y(x)$ a přímou derivací, 2) pomocí věty o derivaci implicitní funkce. Porovnejte výsledky 1) a 2).

    (a) $\frac{x}{y^3} = 1$

    (b) $x^2 + y^3 = 4$

24. Pro následující implicitní rovnice nalezněte $y'(x)$ pomocí věty o derivaci implicitní funkce ve všech bodech, kde to jde.

    (a) $2y^3 + 4x^2 - y = x^6$

    (b) $7y^2 + \sin(3x) = 12 - y^4$

    (c) $e^x - \sin y = x$

    (d) $4x^2y^7 - 2x = x^5 + 4y^3$

    (e) $\cos(x^2+2y) + xe^{y^2} = 1$

    (f) $\tan(x^2y^4) = 3x + y^2$

25. Najděte rovnice tečny k vunkci definované implicitní rovnicí v daném bodě.

    (a) $x^4 + y^2 = 3$ v $(1, -\sqrt{2})$

    (b) $y^2e^{2x} = 3y + x^2$ v $(0,3)$

26. (a) Ukažte. že výraz $x^2 - xy^3 + y^5 = 17$ je implicitní funkcí pro $y(x)$ na okolí bodu $(x,y) = (5,2)$.

    (b) Odhadněte hodnotu y pro $x = 4.8$.

27. Uvažujte funkci $F(x_1,x_2,y) = x_1^2 - x_2^2 + y^3$

    (a) Je-li $x_1 = 6$ a $x_2 = 3$, najděte y splňující $F(x_1,x_2,y) = 0$

    (b) Definuje tato rovnice y jako implicitní funkci x_1 a x_2 na okolí bodu $x_1 = 6$ a $x_2 = 3$?

    (c) Pokud ano, vypočítejte $\frac{\partial y(6,3)}{\partial x_1}$ a $\frac{\partial y(6,3)}{\partial x_2}$.

(d) Odhadněte hodnotu y pro $x_1 = 6.2$ a $x_2 = 2.9$.

28. Uvažujte rovnici $x^3 + 3y^2 + 4xz^2 - 3z^2y = 1$. Ověřte, zda na okolí zadaného bodu tato rovnice definuje z jako funkci x a y a pokud ano, najděte $\frac{\partial z}{\partial x}$ a $\frac{\partial z}{\partial y}$ v tomto bodě.

    (a) $x = 1, y = 1$

    (b) $x = 1, y = 0$

    (c) $x = 0.5, y = 0$

29. Uvažujte rovnici $3x^2yz + xyz^3 = 30$ definující implicitně x jako funkci y a z na okolí bodu $x = 1$, $y = 3$, $z = 2$.

    (a) Použijte větu o derivaci implicitní funkce pro odhad hodnoty x v bodě $y = 3.2$ a $z = 2$.

    (b) Vyjádřete explicitně x jako funkci y a z a použijte diferenciál pro odhad hodnoty x v bodě $y = 3.2$ a $z = 2$.

30. Uvažujte funkci $f(x, y) = x^2e^y$.

    (a) Najděte směrnici vrstevnice v bodě $x = 2$, $y = 0$.

    (b) V jakém směru od bodu $(2, 0)$ roste funkce nejrychleji? Vyjádřete odpověď jako vektor o délce 1.

31. Firma využívá x hodin nekvalifikované práce a y hodin kvalifikované práce denně na produkci $Q(x, y) = 60x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ jednotek výstupu každý den. Momentálně využívá 64 hodin nekvalifikované práce a 27 hodin kvalifikované práce.

    (a) Kolik jednotek firma momentálně produkuje?

    (b) V jakém směru (udáno jako jednotkový vektor) by firma měla změnit kombinaci (x, y) aby zvýšila výstup co nejvíce?

    (c) Firma plánuje najmout další hodinu a půl kvalifikované práce. Odhadněte odpovídající změnu nekvalifikované práce, ke které by mělo dojít, za předpokladu, že firma chce udržet současnou úroveň produkce.

32. Najděte Hessovy matice následujících funkcí

    (a) $f(x, y) = 4x^2y - 3xy^3 + 6x$

    (b) $f(x, y) = xy$

    (c) $f(x, y) = xy^2$

    (d) $f(x, y) = e^{2x+3y}$

    (e) $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$

    (f) $f(x, y) = 3x^2y - 7x\sqrt{y}$

33. Ověřte, zda jsou následující funkce konvexní nebo konkávní

    (a) $f(x, y) = -3x^2 + 2xy - y^2 + 3x - 4y + 1$

    (b) $f(x, y) = \left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)^2$

    (c) $f(x, y, z) = 3e^x + 5y^4 - \ln z$

    (d) $f(x, y, z) = xyz$

34. Pro které hodnoty je funkce $x^3 + xy + y^2$ konvexní?

Řešení:

1. (a) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 8xy - 3y^3 + 6$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 4x^2 - 9xy^2$
   (b) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = y$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = x$
   (c) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = y^2$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 2xy$
   (d) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 2e^{2x+3y}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 3e^{2x+3y}$
   (e) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = -\frac{-2y}{(x-y)^2}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{2x}{(x-y)^2}$
   (f) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 6xy - 7\sqrt{y}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 3x^2 - \frac{7x}{2\sqrt{y}}$
   (g) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 4x^3 - 8xy^2$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 4y^3 - 8x^2y$
   (h) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = y + \frac{1}{y}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = x - \frac{x}{y^2}$
   (i) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{1}{y^2}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = -\frac{2x}{y^3}$
   (j) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{y^2}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = -\frac{xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$
   (k) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \sin(x+y) + x\cos(x+y)$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = x\cos(x+y)$
   (l) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = -\frac{2x\sin x^2}{y}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = -\frac{\cos x^2}{y^2}$
   (m) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = yx^{y-1}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = x^y \ln x$
   (n) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{1}{x+y^2}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{2y}{x+y^2}$
   (o) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = -\frac{y}{x^2+y^2}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{x}{x^2+y^2}$
   (p) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{1}{1+x^2}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{1}{1+y^2}$
   (q) $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} = -\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y} = -\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial z} = -\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$
   (r) $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} = \frac{z}{x}\left(\frac{x}{y}\right)^z$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y} = -\frac{z}{y}\left(\frac{x}{y}\right)^z$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial z} = \left(\frac{x}{y}\right)^z \ln\frac{x}{y}$
   (s) $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} = \frac{yf(x,y,z)}{xz}$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y} = \frac{f(x,y,z)\ln x}{z}$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial z} = -\frac{yf(x,y,z)\ln x}{z^2}$
   (t) $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} = \frac{y^z}{x}f(x,y,z)$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y} = zy^{z-1}f(x,y,z)\ln x$, $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial z} = y^z f(x,y,z)\ln x \ln y$

2. (a) $\mathrm{d}f = x^{m-1}y^{m-1}(my\mathrm{d}x + nx\mathrm{d}y)$
   (b) $\mathrm{d}f = \frac{y\mathrm{d}x - x\mathrm{d}y}{y^2}$
   (c) $\mathrm{d}f = \frac{x\mathrm{d}x + y\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2}}$
   (d) $\mathrm{d}f = \frac{x\mathrm{d}x + y\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$
   (e) $\mathrm{d}f = e^{xy}(y\mathrm{d}x + x\mathrm{d}y)$
   (f) $\mathrm{d}f = (y+z)\mathrm{d}x + (z+x)\mathrm{d}y + (x+y)\mathrm{d}z$
   (g) $\mathrm{d}f = \frac{(x^2+y^2)\mathrm{d}z - 2z(x\mathrm{d}x + y\mathrm{d}y)}{(x^2+y^2)^2}$

3. (a) 11692.76
   (b) 6037

   (c) 3.04097

4. (a) 108.972
   (b) 1.055
   (c) 2.95

5. (a) 5400
   (b) 5392.8, 5412.5
   (c) 5392.798, 5412.471

6. (a) 4.5
   (b) $\Delta Q = -0.75$
   (c) $\Delta Q = -0.15$
   (d) $Q_b \approx 3.75$ vs $Q_b \approx 3.806$, $Q_c \approx 4.35$ vs $Q_c \approx 4.356$

7. (a) 240
   (b) 238.046
   (c) 238.032
   (d) 241.843, 241.837

8. (a) $2t + 4t^3$
   (b) $\frac{t+2t^3}{\sqrt{t^2+t^4}}$
   (c) -1
   (d) 1
   (e) $(3y^2 + 2)(-6t) + (6xy)(12t^2 + 1)$
   (f) $2e^{2t}$
   (g) $y \cos z + x \cos z(2t) - \frac{xy \sin z}{\sqrt{1-t^2}}$

9. $-8\sqrt{2}$

10. $-2\sqrt{6} - \sqrt{2}$

11. $\frac{52}{\sqrt{10}}$

12. $\sqrt{3}$

13. $-\sqrt{3}$

14. $\begin{pmatrix} 6x - 3 \\ 3y^2 + 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} -\frac{2}{3}x \\ -\frac{2}{3}y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} \frac{12x^2}{4x^3-3y} \\ \frac{-3}{4x^3-3y} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix} y+z \\ x+z \\ y+x \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

18. (a) $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

    (b) $\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ -3 \end{pmatrix}$

    (c) $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

    (d) $\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$

19. $\left(\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$

20. $\left(\frac{9}{\sqrt{85}}, \frac{2}{\sqrt{85}}\right)$

21. (a) $1.6 \cdot 10^{19}$

    (b) $\frac{5\sqrt{2}}{99}$

22. (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\sqrt{5}$

    (b) $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\frac{\sqrt{26}}{2}$

23. (a) 1) $y'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$, 2) $y'(x) = \frac{y}{3x}$

    (b) 1) $y'(x) = -\frac{2}{3}x(4-x)^{-\frac{2}{3}}$, 2) $y'(x) = -\frac{2x}{3y^2}$

24. (a) $y'(x) = \frac{6x^5-8x}{6y^2-1}$

    (b) $y'(x) = \frac{-3\cos(3x)}{14y+4y^3}$

    (c) $y'(x) = \frac{1-e^x}{-\cos y}$

    (d) $y'(x) = \frac{8xy^7-5x^4-2}{12y^2-28x^2y^6}$

    (e) $y'(x) = \frac{2x\sin(x^2+2y)-e^{y^2}}{2yxe^{y^2}-2\sin(x^2+2y)}$

    (f) $y'(x) = \frac{3-2xy^4\cos^{-2}(x^2y^4)}{4x^2y^3\cos^{-2}(x^2y^4)-2y}$

25. (a) $y = \sqrt{2}(x-2)$

    (b) $y = -6x+3$

26. (a) $y'(5) = -0.1$

    (b) $y \approx 2.02$

27. (a) $y = -3$
    (b) ano
    (c) $-\frac{4}{9}$, $\frac{2}{9}$
    (d) $y \approx -3 - 3^{\frac{1}{9}}$
28. (a) ne
    (b) ne
    (c) ano, -0.9449, 0.4961
29. (a) $\frac{23}{24}$
    (b) $\frac{23}{24}$
30. (a) $\begin{pmatrix} 8y & 8x - 9y^2 \\ 8x - 9y^2 & -18xy \end{pmatrix}$
    (b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
    (c) $\begin{pmatrix} 0 & 2y \\ 2y & 2x \end{pmatrix}$
    (d) $\begin{pmatrix} 4e^{2x+3y} & 6e^{2x+3y} \\ 6e^{2x+3y} & 9e^{2x+3y} \end{pmatrix}$
    (e) $\begin{pmatrix} \frac{4y}{(x-y)^3} & \frac{-2x-2y}{(x-y)^3} \\ \frac{-2x-2y}{(x-y)^3} & \frac{4x}{(x-y)^3} \end{pmatrix}$
    (f) $\begin{pmatrix} 6y & 6x - \frac{7}{2}y^{-\frac{1}{2}} \\ 6x - \frac{7}{2}y^{-\frac{1}{2}} & \frac{7}{4}xy^{-\frac{3}{2}} \end{pmatrix}$
31. (a) konkávní
    (b) konkávní
    (c) konvexní
    (d) ani konvexní ani konkávní
32. $x \geq \frac{1}{12}$ a $y \in \mathbb{R}$