

JMÉNO		<i>Počet bodů</i>	/ 30
--------------	--	-------------------	------

1. Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor, obor hodnot a zakreslete graf.

$$f(x) = \left(\frac{6}{x-2} + \frac{3}{1-x} \right) : \left(1 + \frac{2}{x-2} \right)$$

2. Určete definiční obory daných funkcí

$$g_1(x) = \sqrt{\frac{3x-6}{7-x}}$$

$$g_2(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3 - \log_2 x)$$

3. Rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou následující funkce sudé nebo liché.

$$h_1(x) = 3^x + 3^{-x}$$

$$h_2(x) = \sin(2x)$$

4. Načrtněte grafy následujících funkcí a vyznačte jejich asymptoty a průsečíky s osami. Určete jejich definiční obor a obor hodnot.

$$f_1(x) = 2^{-x} - 1$$

$$f_2(x) = 3 + \frac{2}{1-x}$$

5. Určete předpis inverzní funkce k funkcím

$$f : y = 2^{-1+3\log_2 x}$$

$$g : y = \log_7 \left(\frac{3x+1}{2x+1} \right)$$

$$h : y = \arccos(2^x)$$

6. Vypočítejte následující limity.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \log_9 \left(\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3^{x+2}}{3^{x-1} + 3^x + 2^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+1}{2x+7} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{3x^2}{x^2+1} + 2^{\frac{1}{x}} \right)$$

7. Zderivujte následující funkce a derivaci upravte.

$$f(x) = 2 \sin(3x) + 3x^4$$

$$g(x) = \sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$$

$$h(x) = \ln\left(\frac{3x+2}{3x-2}\right)$$

8. Pomocí L'Hospitalova pravidla vypočtěte limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{1 - e^{6x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - x}{1 - x - e^{-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{e^x x^2}$$

9. Napište rovnici tečny ke grafu funkce

$$f(x) = (x+1)^2 + 2$$

v jejím průsečíku s osou y . Situaci zakreslete.

10. Určete Taylorův polynom 2. stupně v bodě $a = 0$ pro funkci

$$f(x) = \ln(1 + 6x)$$

$$g(x) = \cos(2x)$$

$$h(x) = \sin(3x) + e^{2x}$$

11. Pomocí Taylorova polynomu 1. stupně vhodně zvolené funkce ve vhodném bodě aproximujte hodnotu

$$\ln(0,9)$$

$$\sin(0,1)$$

$$e^{0,2}$$

12. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

Určete její definiční obor, obor hodnot, asymptoty (svislé, vodorovné, šikmé), lokální extrémy, intervaly růstu, resp. klesání, inflexní body, intervaly konvexity, resp. konkávitý. Načrtněte graf.