# RMF - Úlohy z 2. týdne

Konvergence v $\mathcal{D}(\mathbb{R})$

5. 10. 2024

1) Rozhodněte a zdůvodněte, zda dané posloupnosti funkcí konvergují v $\mathcal{D}(\mathbb{R})$

$$a)\ f_n(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + \frac{1}{n}} \cdot e^{-\frac{1}{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$b)\ f_n(x) = \begin{cases} \frac{nx}{1+nx^2} \cdot e^{-\frac{1}{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$c)\ f_n(x) = \begin{cases} e^{-nx^2} \cdot e^{-\frac{1}{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$d)\ f_n(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(nx) \cdot e^{-\frac{1}{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$e)\ f_n(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{nx}{1+nx^2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$f)\ f_n(x) = \begin{cases} nx \cdot e^{-\frac{1}{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$g)\ f_n(x) = \begin{cases} \frac{x}{n} \cdot e^{-\frac{1}{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

2) Napište definici konvergence v $\mathcal{D}$ a definici zobecněných funkcí. Rozhodněte, zda $\mathcal{D} \subset \mathcal{D}'$ a svou odpověď zdůvodněte.